

# 肘付き拘束運動を用いた軌道追従制御の改善

Improvement of orbit follow control that uses restraint movement with elbow

山本 賢 (福井大), ○正 前 泰志 (福井大), 正 見浪 護 (福井大)

Masaru Yamamoto, University of Fukui, Bunkyo3-9-1, Fukui  
Yasushi MAE, University of Fukui, Bunkyo3-9-1, Fukui  
Mamoru MINAMI, University of Fukui, Bunkyo3-9-1, Fukui

*Abstract:* It is possible to say that the multi joint manipulator can work even if increasing of redundant quality, the numbers of links, and the complex structure. However, it becomes to fall down easily, because of the increasing of manipulator's weight, which is caused by the increasing of the numbers of links. Therefore, accuracy of end-effector will reduce. And then in order to control, the bigger power will be needed.

Here, I think a manipulator just like a human-being who can do some high accuracy work by a little power with attaching elbow. So in this paper it is compared the two movements, without attaching elbow and with attaching elbow. Then we can get the conclusion in the movement without attaching elbow, it can work better, under the condition of smaller power.

*Key Words:* Restraint movement

## 1 緒言

多関節マニピュレータはリンクの数が増えるほど自重が増してしまい、制御する為にはより大きな力が必要となる。また、自重によって手先が下がってしまい、手先の精度も悪くなる。そこで、人間は肘を固定面に接地した状態で手先で作業を行うと、接地していない状態と比べると精度が高く、また、少ない力で作業が出来ることを考え、同様に多関節マニピュレータにも同じことが言えるであろうと考える。よって本研究では、Fig.1に示すようなロボットの肘付き運動について考え、肘付き拘束運動と肘を付かない運動とを比較して、肘を付いたほうが少ない力で正確に作業が行えることをシミュレーションより示す。

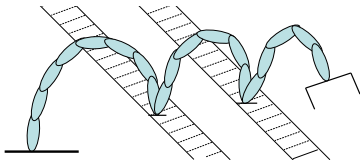


Fig. 1: manipulator

## 2 運動方程式

まず、4リンクマニピュレータの二次元の運動方程式を求める。マニピュレータの運動方程式は、

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) + g(q) = \tau \quad (1)$$

と表される。 $M(q)\ddot{q}$ は慣性項であり、 $h(q, \dot{q})$ は遠心力とコリオリ力からなる項、 $g(q)$ は重力項、 $q$ は関節角度、

$\tau$ は入力トルクである。

求めた4リンクマニピュレータの運動方程式が正しいかどうかを、3リンクマニピュレータと2リンクマニピュレータの運動方程式を用いて確認する。式(1)の変数 $q$ は、式(1)が4リンクマニピュレータの運動方程式を表すとき ${}^4q = [{}^4q_1, {}^4q_2, {}^4q_3, {}^4q_4]^T$ 、3リンクのそれのとき ${}^3q = [{}^3q_1, {}^3q_2, {}^3q_3]^T$ 、2リンクのとき ${}^2q = [{}^2q_1, {}^2q_2]^T$ と表すこととする。以降の計算は全て、質量 $m_i = 0.1$ 、リンク長 $l_i = 0.3 (i = 1, 2, 3, 4)$ で計算する。

まず、4リンクマニピュレータの運動方程式のリンク4、リンク3の成分を消した運動と、3リンクマニピュレータ、2リンクマニピュレータの運動を、初期条件を $q_j(0) = 0 (j = 2, 3, 4)$ 、 $\dot{q}_i = 0 (i = 1, 2, 3, 4)$ と置き、 $q_1(0) = 0, \pi/2$ の2通りの条件の自由応答( $\tau_i = 0 [i = 1, 2, 3, 4]$ )の時の各リンク毎の関節角度を比較した。 $\tau$ を決定する式は、

$$\tau = K_p(q_d - q) + K_d(\dot{q}_d - \dot{q}) \quad (2)$$

である。 $K_p = \text{diag}[k_{p1}, k_{p2}, k_{p3}, k_{p4}]$ は比例ゲイン、 $K_d = \text{diag}[k_{d1}, k_{d2}, k_{d3}, k_{d4}]$ は速度ゲインであり、 $q_d$ は目標関節角度、 $\dot{q}_d$ は目標関節角速度である。自由応答( $\tau_i = 0 [i = 1, 2, 3, 4]$ )とするため、式(2)より $K_p, K_d = 0$ と置く。関節角度を比較したグラフをFig.2~5に示す。Fig.2~5より、各リンクの関節角度は同じ値になった。以上より、関節角度が同じなら、関節角度を求めるのに必要な関節角速度と関節角加速度も同じだと言える。

次に、4リンクマニピュレータのリンク1のみにトルクを与え、 ${}^4q_1 = 0$ に出来るだけ固定するようにした。 ${}^4k_{p1} = 100, 1000$ の2通りの ${}^4q_i (i = 2, 3, 4)$ と、3リンクマニピュレータの自由応答の ${}^3q_j (j = 1, 2, 3)$ を比較する。条件は、 $q_i(0) = 0, \dot{q}_i(0) = 0, (i = 1, 2, 3, 4)$ 、 ${}^4q_{d1} = 0, {}^4\dot{q}_{d1} = 0, {}^4k_{d1} = 10$ と置く。4リンクマニピュレータのリンク1に加えるトルクは、

$${}^4\tau_1 = {}^4k_{p1}(0 - {}^4q_1) + {}^4k_{d1}(0 - {}^4\dot{q}_1) \quad (3)$$

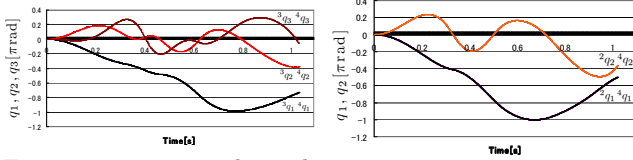


Fig. 2: 3link,4link comparison( $q_1(0) = 0$ )

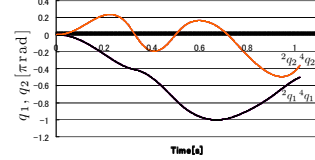


Fig. 3: 2link,4link comparison( $q_1(0) = 0$ )

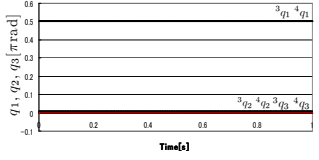


Fig. 4: 3link,4link comparison( $q_1(0) = \frac{\pi}{2}$ )

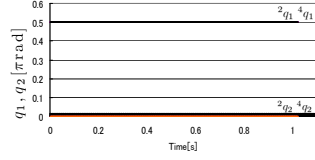


Fig. 5: 2link,4link comparison( $q_1(0) = \frac{\pi}{2}$ )

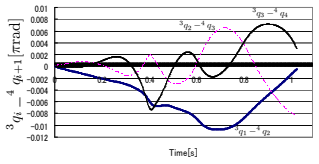


Fig. 6: difference of angle( $k_{p1} = 100$ )

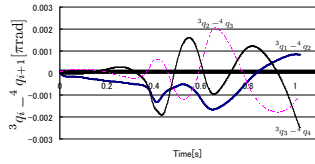


Fig. 7: difference of angle( $k_{p1} = 1000$ )

である。4リンクマニピュレータのリンク1にトルクを加えて目標値 $q_{d1} = 0$ に制御したため、4リンクマニピュレータのリンク2, リンク3, リンク4がそれぞれ3リンクマニピュレータのリンク1, リンク2, リンク3の動きに相当することが予想される。それぞれの値を比較したところ、ほぼ同じ値をとった。 ${}^3q_i - {}^4q_{i+1}$  ( $i = 1, 2, 3$ )の図をFig.6,7に示す。Fig.6, 7より、 ${}^3q_i - {}^4q_{i+1}$  ( $i = 1, 2, 3$ )は ${}^4k_{p1}$ が大きくなるほど差は小さくなっていくことが分かる。 ${}^4k_{p1}$ の値が大きくなると、式(3)より、リンク1に加えるトルク ${}^4\tau_1$ の値も大きくなり、4リンクマニピュレータのリンク1はより動きにくくなるので、リンク2以降の値が3リンクマニピュレータの値により近くなる。

以上より、求めた4リンクマニピュレータの運動方程式は2リンク, 3リンクマニピュレータの運動と整合する運動であり、正しいと言える。

### 3 拘束運動

#### 3.1 導出

リンク2が拘束面に接地しているときの運動方程式を求める。

$$\begin{aligned}
 & M({}^4q) {}^4\ddot{q} + \mathbf{h}({}^4q, {}^4\dot{q}) + \mathbf{g}({}^4q) \\
 &= \boldsymbol{\tau} + \left( \frac{\partial C_2}{\partial q} \right)^T \frac{f_{n2}}{\left\| \frac{\partial C_2}{\partial \mathbf{r}} \right\|} - \left( \frac{\partial \mathbf{r}_2}{\partial q} \right)^T \frac{{}^4\dot{\mathbf{r}}_2}{\|{}^4\dot{\mathbf{r}}_2\|} f_{t2} \quad (4) \\
 & C_2({}^4\mathbf{r}_2({}^4q)) = 0 \\
 & f_{n2} = m_c^{-1} \left\{ - \left[ \frac{\partial}{\partial q} \left( \frac{\partial C_2}{\partial q} \right)^4 \dot{q} \right]^4 \dot{q} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{\partial C_2}{\partial q} M^{-1} ({}^4\boldsymbol{\tau} - \mathbf{h} - \mathbf{g} + \frac{\partial {}^4\mathbf{r}}{\partial q} \frac{{}^4\dot{\mathbf{r}}_2}{\|{}^4\dot{\mathbf{r}}_2\|} f_{t2}) \right\} \quad (5)
 \end{aligned}$$

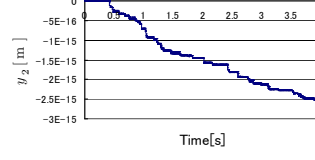


Fig. 8:  $y_2$  no reset

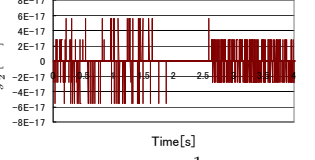


Fig. 9:  $y_2 \sin^{-1}$  reset

$$\left( \frac{\partial C_2}{\partial q} \right) M^{-1} \left( \frac{\partial C_2}{\partial q} \right)^T \triangleq m_c \quad (7)$$

$C$ は拘束条件,  $f_n$ は拘束力,  $f_t$ は摩擦力,  $\mathbf{r}$ は位置ベクトルである。式(4)は拘束状態の運動方程式であり、手先が常に拘束面に接触するためには式(5)で表される拘束条件を常に満たさなければならない。式(6)は拘束力を求める式である。

本研究ではリンク2の先端が水平な接地面に拘束される状態を考える為、拘束条件は $C_2(\mathbf{r}_2({}^4q)) = y_2 = 0$ であり、常に $y_2 = 0$ であるので、常に $\dot{y}_2 = 0$ でもある。

#### 3.2 リセット

拘束条件が $C_2 = y_2 = 0$ である肘付き拘束運動をシミュレーションしているのに、常に $y_2 = 0$ かつ $\dot{y}_2 = 0$ を満たさなければならない。しかし、数値積分では必ず誤差が出てきてしまい、Fig.8に示す通り発散してしまい、長い時間シミュレーションを続けるとエラーが起きてしまう。この時の条件は、質量 $m_i = 0.1$ , リンク長 $l_i = 0.3$ , 初期関節角度 ${}^4q_1(0) = \pi/4, {}^4q_2(0) = -\pi/2, {}^4q_3(0) = 3\pi/5, {}^4q_4(0) = -3\pi/10$ , 初期関節角速度 ${}^4\dot{q}_i = 0$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ )の自由応答( $k_{pi}, k_{di} = 0$ ) ( $i = 1, 2, 3, 4$ )である。そこで、常に $y_2 = 0$ になるように $y_2$ の値をリセットする必要がある。常に $y_2 = 0$ にリセットする為、数値積分によって求めた ${}^4q_1$ を拘束条件

$$y_2 = l_1 \sin({}^4q_1) + l_2 \sin({}^4q_1 + {}^4q_2) = 0 \quad (8)$$

に代入して、

$${}^4q_2 = \sin^{-1} \left( -\frac{l_1}{l_2} \sin({}^4q_1) \right) - {}^4q_1 \quad (9)$$

と、 ${}^4q_2$ が求まる。以上より、拘束条件(8)を満たす ${}^4q_1, {}^4q_2$ が決定するので、 $y_2 = l_1 \sin({}^4q_1) + l_2 \sin({}^4q_1 + {}^4q_2)$ より、 $y_2 = 0$ にリセットされる。シミュレーションの結果をFig.9に示す。常に $y_2 = 0$ というわけではないが誤差をとってもすぐに0に戻り、一定範囲内で振動しているので、長い時間シミュレーションしてもエラーが起きることは無いと判断できる。

### 4 比較

以上の事を踏まえた上で、肘付き拘束運動と肘無し運動の比較を行う。今回は、目標軌道に中心座標 $(x_{d2} + 0.3[m], 0.3[m])$ , 半径 $0.1[m]$ , 周期 $1[s]$ で反時計周りに動く円軌道を用いる軌道追従制御を行う。計算の簡単化の為、目標角度 ${}^4q_{d1} = \pi/4, {}^4q_{d2} = -\pi/2$ に固定し、リンク3, リンク4のみを考えて逆運動学を計算する。肘付き, 肘無し共に条件は、質量 $m_i = 0.1$ , リンク長 $l_i = 0.3$ ,

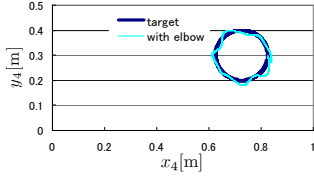


Fig. 10: with elbow

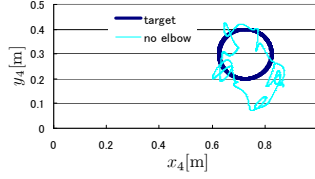


Fig. 11: no elbow

初期関節角度  ${}^4q_1(0) = \pi/4, {}^4q_2(0) = -\pi/2, {}^4q_3(0) = 3\pi/5, {}^4q_4(0) = -3\pi/10$ , 初期関節角速度  ${}^4\dot{q}_i = 0$ , 速度ゲイン  ${}^4k_{di} = 0.0$ , 粘性摩擦係数  $D_i = 0.0 (i = 1, 2, 3, 4)$ , 比例ゲイン  ${}^4k_{p1} = 30, {}^4k_{p2} = 30, {}^4k_{p3} = 20, {}^4k_{p4} = 10$  の場合を考える. この条件で入力トルク  $\tau$  を決定する制御式を下記に示す. ここで  $\mathbf{f}(\mathbf{q})$  は順運動学関係を示す.

$${}^4\mathbf{q}_d = \mathbf{f}^{-1}({}^4\mathbf{r}_d) \quad (10)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{K}_p({}^4\mathbf{q}_d - {}^4\mathbf{q}) + \mathbf{K}_d({}^4\dot{\mathbf{q}}_d - {}^4\dot{\mathbf{q}}) \quad (11)$$

ここで  ${}^4\mathbf{r}_d$  は円軌道を与えることとする. 円軌道追従の 4 周期目 (3[s], 2, 3, 4[s]) の図を Fig.10, Fig.11 に示す. Fig.10, Fig.11 より, 肘を付かない運動ではリンク 2 の先端が下がってしまい, 上手く円を描く事ができないが, 肘付き拘束運動はリンク 2 の先端が  $y_2 = 0$  に拘束されているので, 円に近い軌道を描く. 以上より, 同じ条件下では, 肘付き拘束運動の方が肘無しの運動よりも精度が高いことが分かる.

## 5 結言

本報ではまず 4 リンク マニピュレータの運動方程式を導出し, また, 拘束力のある運動方程式を導出した. それらから肘付き拘束運動の式を導出し, 肘付き拘束運動と肘を付かない運動をシミュレーションによって比較した. 結果としては肘付き拘束運動の方がより正確に作業が行えることがシミュレーションから判断できる. 与えるゲイン  $\mathbf{K}_p, \mathbf{K}_d$  が小さいほど精度の差は顕著に現れた. 以上より, 肘を付かずに作業するよりも肘を付いて作業する方が, 少ない力で正確な作業ができることが確かめられた.

## 参考文献

- [1] 池田 毅, 見浪 護 “代数方程式に着目した力センサを用いないグライディングロボットの研究”, 日本機械学会論文集, 71 巻 702 号 C 巻, H12,2.