

拘束状態を利用するマニピュレータの肘付き位置の最適化

Optimization of Elbow-bracing Position for Manipulator with Constraint Motion

岡山大学 ○ 近藤 大介, 糸島 道之, 見浪 護, 矢納 陽

Daisuke Kondou, Michiyuki Itoshima, Mamoru Minami and Akira Yanou

Abstract Considering that human can do accurate task with small powers by contacting elbow or wrist on a table, we thought that manipulators can save energy and do a task more precisely like human by bracing itself. Therefore this paper discusses the motion equation of robot under bracing condition, based on the robot's dynamics with constraint condition including the motor's dynamics. Then, the best elbow-bracing position that minimize the energy consumption is found by simulation on condition that the manipulator was attached a load on the hand of 4 links manipulator.

1 はじめに

人間は字を書く動作において手首や肘を机につくことで、より少ない力で正確に字を書けることを経験的に知っている。これは人間の習熟した行動の一例である。ロボットがこのように環境との拘束接地による反力を利用して重力の影響を抑え、より少ない消費エネルギーで高精度の作業を実行できると考え、マニピュレータの肘付き動作を提案する。

本論文で複数のリンクがテーブルや床などの環境に接触するマニピュレータについて考える。前述したように、このような状況は Fig.1 で示されるように字を書くなどの人間の一般的な動作で見られる。冗長マニピュレータは冗長自由度を使うことで複雑な作業を行うことができる。しかし冗長自由度が増加するにつれてマニピュレータのリンク数や重量が増加し、マニピュレータを制御することが難しくなる。この問題を解決するために字を書くといった人間の行動を模倣した制御方法が有効であると考え。以前の研究で肘付き拘束の有無を消費エネルギーと制御精度(手先精度誤差)で比較し、肘をつくことでそれぞれ 1/5 程度に削減している [3]。

本報告では、4 リンクマニピュレータの手先に重さの異なる対象物を把持させて、シミュレーションにより消費エネルギーを最小化する肘付き位置を探索する。

2 拘束運動のモデリング

2.1 ハンド拘束運動

ここでは拘束面に接触しつつリンク先端のハンドで接触作業を行うロボットについて考える。 $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ を一般化座標、 $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^n$ を一般化入力、 f_n を抗力、 f_t を摩擦力とすると、ハンド拘束状態の運動方程式は、



Fig. 1: Human's writing motion

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} \\ &= \boldsymbol{\tau} + \left\{ \left(\frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} \right)^T / \left\| \frac{\partial C}{\partial \mathbf{r}^T} \right\| \right\} f_n - \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}^T} \right)^T \frac{\dot{\mathbf{r}}}{\|\dot{\mathbf{r}}\|} f_t \end{aligned} \quad (1)$$

と表される。ただし、 \mathbf{M} は $n \times n$ の慣性行列、 \mathbf{h} と \mathbf{g} はコリオリ力・遠心力と重力の影響を表す $n \times 1$ のベクトル、 \mathbf{D} は関節の粘性摩擦係数を表す $n \times n$ の対角行列 $\mathbf{D} = \text{diag}[D_1, D_2, \dots, D_n]$ である。ここで、手先の位置・姿勢ベクトル $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^n$ と超曲面を表すスカラー関数の拘束条件 C は、順運動学関係式より、

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(\mathbf{q}) \quad (2)$$

$$C(\mathbf{r}(\mathbf{q})) = 0 \quad (3)$$

と表される。ここで拘束されるハンドは作業座標系の中で非拘束方向に運動できる自由度が残されていることから $n > 1$ である。また、本論文では一般化座標 \mathbf{q} は関節角度、一般化入力 $\boldsymbol{\tau}$ は入力トルクを表す。

2.2 肘付き拘束運動

本節では複数点拘束を表現できる運動についてモデリングを行う。

n リンクマニピュレータの中間リンクが p 個の拘束

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(\mathbf{r}(\mathbf{q})) &= [C_1(\mathbf{r}_1(\mathbf{q})), C_2(\mathbf{r}_2(\mathbf{q})), \dots, C_p(\mathbf{r}_p(\mathbf{q}))]^T \\ &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4)$$

を受けているときの運動方程式について考える。ここで \mathbf{r}_i は拘束を受けている第 i リンクの位置/姿勢を表す運動学方程式であり、式 (2) と同様、

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_i(\mathbf{q}) \quad (5)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_i = \mathbf{J}_i(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (6)$$

である。

式 (1) は、ハンド拘束運動を表している。拘束条件が複数存在する場合には、式 (1) の右辺第 2 項の抗力の係数ベクトルと右辺第 3 項の摩擦力の係数ベクトルはそれぞれ、

$$\left(\frac{\partial C_i}{\partial \mathbf{q}^T} \right)^T / \left\| \frac{\partial C_i}{\partial \mathbf{r}^T} \right\| = \mathbf{j}_{ci}^T \quad (7)$$

$$\left(\frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial \mathbf{q}^T} \right)^T \frac{\dot{\mathbf{r}}_i}{\|\dot{\mathbf{r}}_i\|} = \mathbf{j}_{ti}^T \quad (8)$$

の $n \times 1$ のベクトルとなる。さらに、

$$\mathbf{J}_c^T = [\mathbf{j}_{c1}^T, \mathbf{j}_{c2}^T, \dots, \mathbf{j}_{cp}^T] \quad (9)$$

$$\mathbf{J}_t^T = [\mathbf{j}_{t1}^T, \mathbf{j}_{t2}^T, \dots, \mathbf{j}_{tp}^T] \quad (10)$$

$$\mathbf{f}_n = [f_{n1}, f_{n2}, \dots, f_{np}]^T \quad (11)$$

$$\mathbf{f}_t = [f_{t1}, f_{t2}, \dots, f_{tp}]^T \quad (12)$$

と定義する。 \mathbf{J}_c^T 、 \mathbf{J}_t^T は $n \times p$ 行列であり、 \mathbf{f}_n 、 \mathbf{f}_t は $p \times 1$ のベクトルである。これらを考慮すると、 p 個の点で中間リンクが拘束されているマニピュレータの運動方程式は、

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} \\ &= \boldsymbol{\tau} + \sum_{i=1}^p (\mathbf{j}_{ci}^T \mathbf{f}_{ni}) - \sum_{i=1}^p (\mathbf{j}_{ti}^T \mathbf{f}_{ti}) \\ &= \boldsymbol{\tau} + \mathbf{J}_c^T \mathbf{f}_n - \mathbf{J}_t^T \mathbf{f}_t \end{aligned} \quad (13)$$

となる。また、式 (4) を時間 t で 2 回微分し、 $\ddot{\mathbf{q}}$ の拘束条件を求めると、

$$\dot{\mathbf{q}}^T \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} + \left(\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (14)$$

が得られる。マニピュレータが常に拘束面に拘束されるためには、式 (13) の解 $\mathbf{q}(t)$ が時間 t に無関係に式 (4) を満たさなければならない。式 (4) の時間微分によって得られた式 (14) を満たす $\ddot{\mathbf{q}}$ と式 (13) の $\dot{\mathbf{q}}$ が同じ値をとるとき、式 (13) の $\mathbf{q}(t)$ は式 (4) を満たすことになる。

ここで抗力 \mathbf{f}_n と摩擦力 \mathbf{f}_t について

$$\mathbf{f}_t = \mathbf{K} \mathbf{f}_n, \quad \mathbf{K} = \text{diag}[K_1, K_2, \dots, K_p] \quad (15)$$

とおくと、式 (13) は以下のようにになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} \\ = \boldsymbol{\tau} + (\mathbf{J}_c^T - \mathbf{J}_t^T \mathbf{K}) \mathbf{f}_n \end{aligned} \quad (16)$$

式 (14)、(16) を行列形式で表すと以下のようにになる。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{M}(\mathbf{q}) & -(\mathbf{J}_c^T - \mathbf{J}_t^T \mathbf{K}) \\ \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{f}_n \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} - \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{g}(\mathbf{q}) - \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} \\ -\dot{\mathbf{q}}^T \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

2.3 肘付き時の抗力の導出

本節では \mathbf{f}_n の導出方法について述べる。まず、式 (13)、(14) から $\ddot{\mathbf{q}}$ を消去すると

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \mathbf{M}^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right)^T \frac{\mathbf{f}_n}{\left\| \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{r}^T} \right\|} \\ &= \left(\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{J}_t^T \mathbf{K} \mathbf{f}_n + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{h} + \mathbf{g} - \boldsymbol{\tau}) \\ & \quad - \dot{\mathbf{q}}^T \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (18)$$

が得られる。

ここで、 $(\partial \mathbf{C} / \partial \mathbf{q}^T) \mathbf{M}^{-1} (\partial \mathbf{C} / \partial \mathbf{q}^T)^T = \mathbf{M}_c$ と置くことにより、

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_c \mathbf{f}_n &= \left\| \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{r}^T} \right\| \left(\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{J}_t^T \mathbf{K} \mathbf{f}_n + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{h} \\ & \quad + \mathbf{g} - \boldsymbol{\tau}) - \left\| \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{r}^T} \right\| \dot{\mathbf{q}}^T \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (19)$$

となり、また

$$\mathbf{B} = \left\| \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{r}^T} \right\| \left(\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \mathbf{M}^{-1} \quad (20)$$

と置くと式 (19) は以下のようにになる。ただし、 $p \times n$ 行列の \mathbf{B} は $\text{rank}(\mathbf{B}) = p$ で行フルランクの行列である。

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_c \mathbf{f}_n &= \mathbf{B} \mathbf{J}_t^T \mathbf{K} \mathbf{f}_n - \mathbf{B} \boldsymbol{\tau} + \mathbf{B} \{ \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{h} + \mathbf{g} \} \\ & \quad - \left\| \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{r}^T} \right\| \dot{\mathbf{q}}^T \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (21)$$

となる。ここで

$$\mathbf{a} = \mathbf{B} \{ \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{h} + \mathbf{g} \} - \left\| \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{r}^T} \right\| \dot{\mathbf{q}}^T \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \quad (22)$$

とすると

$$\mathbf{M}_c \mathbf{f}_n = \mathbf{B} \mathbf{J}_t^T \mathbf{K} \mathbf{f}_n - \mathbf{B} \boldsymbol{\tau} + \mathbf{a} \quad (23)$$

となる。さらに

$$\mathbf{A} = \mathbf{M}_c - \mathbf{B} \mathbf{J}_t^T \mathbf{K} \quad (24)$$

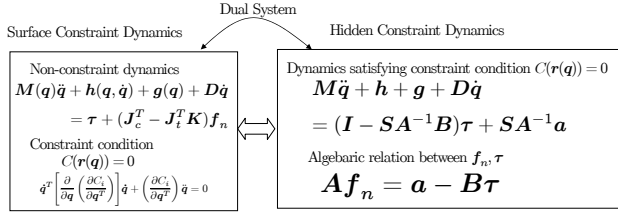


Fig. 2: Dual system of manipulator under constraint condition

と置くことにより,

$$Af_n = a - B\tau \quad (25)$$

となり, 拘束点の抗力 f_n は入力トルク τ との代数方程式から求めることが出来る. ここで, 式 (16), (25) から f_n を消去し, $|A| \neq 0$ と仮定し, $S = J_c^T - J_t^T K$ と置いて整理すると

$$\begin{aligned} M\ddot{q} + h + g + D\dot{q} &= \tau + SA^{-1}(a - B\tau) \\ &= (I - SA^{-1}B)\tau + SA^{-1}a \end{aligned} \quad (26)$$

となる. 式 (26) は任意のトルク τ を与えたときに常に拘束条件式 (3) を満たしながら運動することを示している. また, Fig.2 は角加速度 \ddot{q} と抗力 f_n を導出するための 2 つの方法について示している.

2.4 モータを含めたロボットダイナミクス

本研究では, マニピュレータの関節を動かすのに使用するモータを直流サーボモータの等価な電子回路とする. ここで, モータの端子電圧 v_i , 抵抗 R_i , インダクタンス L_i , 回路を流れる電流 i_i モータの角変位 θ_i , 発生トルク τ_{gi} , 負荷トルク τ_{Li} , 逆起電力 v_{gi} , モータの慣性モーメント I_{mi} , 逆起電力定数 K_{Ei} , トルク定数 K_{Ti} , 減速器の粘性摩擦係数 d_{mi} , とする. このときモータについて次の関係式が成り立つ.

$$\text{電圧方程式: } v_i(t) = L_i \dot{i}_i + R_i i_i(t) + v_{gi}(t) \quad (27)$$

$$\text{逆起電力: } v_{gi}(t) = K_{Ei} \dot{\theta}_i(t) \quad (28)$$

$$\text{運動方程式: } I_{mi} \ddot{\theta}_i = \tau_{gi}(t) - \tau_{Li}(t) - d_{mi} \dot{\theta}_i \quad (29)$$

$$\text{発生トルク: } \tau_{gi}(t) = K_{Ti} i_i(t) \quad (30)$$

ただし, 磁界と各定数との関係から直流モータでは, $K_{Ti} = K_{Ei} (= K_i)$ であることが知られている.

ここで, 式 (28) を式 (27) に, 式 (30) を式 (29) にそれぞれ代入すると

$$v_i = L_i \dot{i}_i + R_i i_i + K_i \dot{\theta}_i \quad (31)$$

$$I_{mi} \ddot{\theta}_i = K_i i_i - \tau_{Li} - d_{mi} \dot{\theta}_i \quad (32)$$

となる. また, モータを減速比が k_i の歯車列を介してマニピュレータに取り付けた場合

$$\theta_i = k_i q_i \quad (33)$$

$$\tau_{Li} = \frac{\tau_i}{k_i} \quad (34)$$

となり, 式 (31), 式 (32) を \dot{i}_i と τ_i の式にすると

$$L_i \dot{i}_i = v_i - R_i i_i - K_i k_i \dot{q}_i \quad (35)$$

$$\tau_i = -I_{mi} k_i^2 \ddot{q}_i + K_i k_i i_i - d_{mi} k_i^2 \dot{q}_i \quad (36)$$

となる. 式 (35), 式 (36) をベクトル, 行列で表記する場合

$$L\dot{i} = v - R_i - K_m \dot{q} \quad (37)$$

$$\tau = -J_m \ddot{q} + K_m i - D_m \dot{q} \quad (38)$$

とおく. ここに

$$v = [v_1, v_2, \dots, v_l]^T$$

$$i = [i_1, i_2, \dots, i_l]^T$$

であり, また

$$L = \text{diag}[L_1, L_2, \dots, L_l]$$

$$R = \text{diag}[R_1, R_2, \dots, R_l]$$

$$K_m = \text{diag}[K_{m1}, K_{m2}, \dots, K_{ml}]$$

$$J_m = \text{diag}[J_{m1}, J_{m2}, \dots, J_{ml}]$$

$$D_m = \text{diag}[D_{m1}, D_{m2}, \dots, D_{ml}]$$

$$K_{mi} = K_i k_i, J_{mi} = I_{mi} k_i^2, D_{mi} = d_{mi} k_i^2$$

と定義し, すべて正の要素を持つ. 式 (38) を式 (16) に代入して整理すると

$$\begin{aligned} (M(q) + J_m)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) + g(q) + (D + D_m)\dot{q} \\ = K_m i + (J_c^T - J_t^T K)f_n \end{aligned} \quad (39)$$

となる. 式 (4) と式 (13) の関係と同様に, 式 (14) を満たす \ddot{q} と式 (39) の \ddot{q} が同じ値をとるとき, 式 (39) の $q(t)$ は式 (4) を満たすことになる.

2.5 ロボット・モータの連立方程式

式 (39) と式 (14) の \ddot{q} が同じ値をとるため, 拘束力 f_n は従属的に決定される. この関係を表すため,

$$\begin{aligned} (M + J_m)\ddot{q} - (J_c^T - J_t^T K)f_n \\ = K_m i - h - g - (D + D_m)\dot{q} \end{aligned} \quad (40)$$

$$\left(\frac{\partial C}{\partial q^T} \right) \ddot{q} = -\dot{q}^T \left[\frac{\partial}{\partial q} \left(\frac{\partial C}{\partial q^T} \right) \right] \dot{q} \quad (41)$$

$$L\dot{i} = v - R_i - K_m \dot{q} \quad (42)$$

以上の 3 式を連立すると次のように表される.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} + \mathbf{J}_m & -(\mathbf{J}_c^T - \mathbf{J}_t^T \mathbf{K}) & \mathbf{0} \\ \frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{f}_n \\ \dot{\mathbf{i}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_m \dot{\mathbf{i}} - \mathbf{h} - \mathbf{g} - (\mathbf{D} + \mathbf{D}_m) \dot{\mathbf{q}} \\ -\dot{\mathbf{q}}^T \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{v} - \mathbf{R}_i - \mathbf{K}_m \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (43)$$

さらに,

$$\mathbf{M}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{M} + \mathbf{J}_m & -(\mathbf{J}_c^T - \mathbf{J}_t^T \mathbf{K}) & \mathbf{0} \\ \frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_m \dot{\mathbf{i}} - \mathbf{h} - \mathbf{g} - (\mathbf{D} + \mathbf{D}_m) \dot{\mathbf{q}} \\ -\dot{\mathbf{q}}^T \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{v} - \mathbf{R}_i - \mathbf{K}_m \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (45)$$

とおくと, 式(43)は

$$\mathbf{M}^* \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{f}_n \\ \dot{\mathbf{i}} \end{bmatrix} = \mathbf{b} \quad (46)$$

と表される. 式(46)を未知である $\ddot{\mathbf{q}}$, \mathbf{f}_n , $\dot{\mathbf{i}}$ の式にすると

$$\begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{f}_n \\ \dot{\mathbf{i}} \end{bmatrix} = \mathbf{M}^{*-1} \mathbf{b} \quad (47)$$

となり, 未知である $\ddot{\mathbf{q}}$, \mathbf{f}_n , $\dot{\mathbf{i}}$ を同時に求めることができる.

3 肘付き冗長性を利用する位置/力制御

拘束条件 $C(\mathbf{r}(\mathbf{q}))$ と等しい次元にあり, 環境と拘束された複数のリンクの間に働く目標抗力 \mathbf{f}_{nd} を得られる抗力と位置を分離制御する制御則は式(25)から直接得ることができる.

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{B}^+(\mathbf{a} - \mathbf{A}\mathbf{f}_{nd}) + (\mathbf{I} - \mathbf{B}^+\mathbf{B})\mathbf{l}_1 \quad (48)$$

$\partial C/\partial \mathbf{q}$ は行フルランクの行列, \mathbf{M} は常に正則であるので $p \times n$ 行列の \mathbf{B} は $\text{rank}(\mathbf{B}) = p$ で行フルランクの行列である. また, $\mathbf{I} - \mathbf{B}^+\mathbf{B}$ の行列を拘束冗長行列と呼ぶことにする. そこで, $n \times 1$ のベクトル $\boldsymbol{\tau}$ は抗力を制御したあとに $n-p$ の冗長性があり, $\text{rank}(\mathbf{I} - \mathbf{B}^+\mathbf{B}) = n-p$ となる. したがって, $\boldsymbol{\tau}$ の残っている制御入力の手先目標軌道 \mathbf{r}_d を追従するためや他の目的のために任意のベクトル \mathbf{l} として使うことができる. よって, 本報告のシミュレーションでは, 4リンクマニピュレータの4自由度をそれぞれ肘の抗力の制御に1自由度, 肘の位置制御

に1自由度, 手先の位置制御に2自由度の合計4自由度全てを利用してマニピュレータの制御を行う.

ここで,

$$\mathbf{M}_1 = \mathbf{I} - \mathbf{B}^+\mathbf{B} \quad (49)$$

$$\Delta \boldsymbol{\tau}_1 = \boldsymbol{\tau} - \mathbf{B}^+(\mathbf{a} - \mathbf{A}\mathbf{f}_n) \quad (50)$$

とおくと, 式(48), (49), (50)より

$$\Delta \boldsymbol{\tau}_1 = \mathbf{M}_1 \mathbf{l}_1 \quad (51)$$

となる. ここで \mathbf{M}_1 は1次拘束冗長行列である. 上式を \mathbf{l}_1 について解くと

$$\mathbf{l}_1 = \mathbf{M}_1^+ \Delta \boldsymbol{\tau}_1 + (\mathbf{I} - \mathbf{M}_1^+ \mathbf{M}_1) \mathbf{l}_2 \quad (52)$$

となる. さらに,

$$\mathbf{M}_2 = \mathbf{I} - \mathbf{M}_1^+ \mathbf{M}_1 \quad (53)$$

$$\Delta \boldsymbol{\tau}_2 = \mathbf{l}_1 - \mathbf{M}_1^+ \Delta \boldsymbol{\tau}_1 \quad (54)$$

とおくと, 式(52), (53), (54)より

$$\Delta \boldsymbol{\tau}_2 = \mathbf{M}_2 \mathbf{l}_2 \quad (55)$$

となる. \mathbf{M}_1 は1次拘束冗長行列である. 上式を \mathbf{l}_2 について解くと

$$\mathbf{l}_2 = \mathbf{M}_2^+ \Delta \boldsymbol{\tau}_2 \quad (56)$$

となる. 最後に式(48), (52), (56)より

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{B}^+(\mathbf{a} - \mathbf{A}\mathbf{f}_{nd}) + \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_1^+ \Delta \boldsymbol{\tau}_1 + \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_2^+ \Delta \boldsymbol{\tau}_2 \quad (57)$$

となり, 力制御冗長性を用いたコントローラが設計できた. ただし, $\Delta \boldsymbol{\tau}_1$, $\Delta \boldsymbol{\tau}_2$ は手先と肘の位置制御に用い, 以下の式で与える.

$$\Delta \boldsymbol{\tau}_1 = \mathbf{J}_n^T [\mathbf{K}_{pn}(\mathbf{r}_{nd} - \mathbf{r}_n) + \mathbf{K}_{dn}(\dot{\mathbf{r}}_{nd} - \dot{\mathbf{r}}_n)] \quad (58)$$

$$\Delta \boldsymbol{\tau}_2 = \mathbf{J}_2^T [\mathbf{K}_{p2}(y_{2d} - y_2) + \mathbf{K}_{d2}(\dot{y}_{2d} - \dot{y}_2)] \quad (59)$$

ただし, \mathbf{J}_n , \mathbf{J}_2 は手先と肘までのヤコビ行列, \mathbf{K}_{pn} , \mathbf{K}_{p2} は比例ゲイン, \mathbf{K}_{dn} , \mathbf{K}_{d2} は微分ゲイン, $\mathbf{r}_{nd} = [y_{nd}, z_{nd}]^T$, y_{2d} は手先と肘の目標位置, $\mathbf{r}_n = [y_n, z_n]^T$, y_2 は手先と肘の実際の位置を表す.

Fig.3は抗力と位置を分離して制御する制御方法における入力トルクと抗力の関係を表している. $p \times n$ の行列 $\mathbf{B}(\mathbf{q})$ が行フルランクと仮定し, 式(25)の入力である $\boldsymbol{\tau}$ に式(48)の $\boldsymbol{\tau}$ を代入すると,

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\mathbf{f}_n &= \mathbf{a} - \mathbf{B}\{\mathbf{B}^+(\mathbf{a} - \mathbf{A}\mathbf{f}_{nd}) + \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_1^+ \Delta \boldsymbol{\tau}_1 \\ &\quad + \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_2^+ \Delta \boldsymbol{\tau}_2\} \\ &= \mathbf{a} - \mathbf{B}\mathbf{B}^+(\mathbf{a} - \mathbf{A}\mathbf{f}_{nd}) + \mathbf{B}\mathbf{M}_1 \mathbf{M}_1^+ \Delta \boldsymbol{\tau}_1 \\ &\quad + \mathbf{B}\mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_2^+ \Delta \boldsymbol{\tau}_2 \\ &= \mathbf{A}\mathbf{f}_{nd} \end{aligned} \quad (60)$$

ただし,

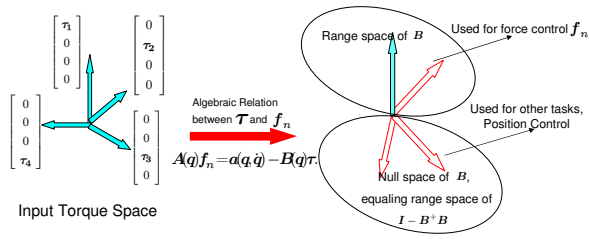


Fig. 3: Algebraic relation

$$\begin{aligned}
 BM_1 &= B(I - B^+B) \\
 &= B - BB^+B \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{61}$$

$p \times p$ の行列 A が逆行列を持つとき, $f_n = f_{nd}$ となる. 電圧入力で使用するコントローラを以下に示す.

$$\begin{aligned}
 v &= K_v[B^+(a - Af_{nd}) + M_1M_1^+\Delta\tau_1 \\
 &\quad + M_1M_2M_2^+\Delta\tau_2]
 \end{aligned} \tag{62}$$

ただし, K_v はトルクを電圧に変換する係数である.

4 シミュレーション

この章では肘付き位置の最適化について述べる. 評価する指標として消費エネルギーを用い, 導出方法を以下に示す. 時刻 $0 \sim T$ [s] 間のマニピュレータの i リンクでのモータ消費エネルギーは

$$E_i(T) = \int_0^T v_i(t)i_i(t)dt \tag{63}$$

で求められる. 全リンクでの消費エネルギーは以下のよう求めることができる.

$$E_{sum}(T) = \sum_{i=1}^4 E_i(T) \tag{64}$$

この節で用いるシミュレーションのモデルを Fig.4 に示す. 左は 4 リンクマニピュレータ, 右は 5 リンク目を付け加え 4 リンクマニピュレータが対象物を把持しているという場面を想定してシミュレーションを行った. 物理パラメータを次のように設定した. リンクの質量 $m_i = 1.0$ [kg], 長さ $l_i = 0.5$ [m], 関節の粘性摩擦係数 $D_i = 2.9$ [N · m · s/rad], トルク定数 $K_i = 0.2$ [N · m/A], 抵抗 $R_i = 0.6$ [Ω], インダクタンス $L_i = 0.17$ [H], モータの慣性モーメント $Im_i = 1.64 \times 10^{-4}$ [kg · m²], 減速比 $k_i = 3.0$, 減速機の粘性摩擦係数 $dm_i = 0.1$ [N · m · s/rad] とする. また, 手先の比例ゲイン $k_{pi} = 300$ [N], 手先の微分ゲイン $k_{di} = 50$ [N · s], 肘の比例ゲイン $k_{pei} = 200$ [N], 肘の微分ゲイン $k_{dei} = 40$ [N · s] とする.

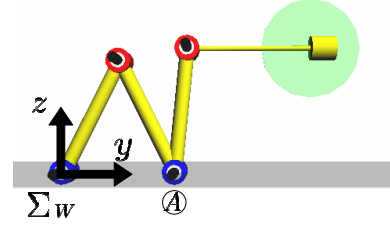


Fig. 4: Simulation model

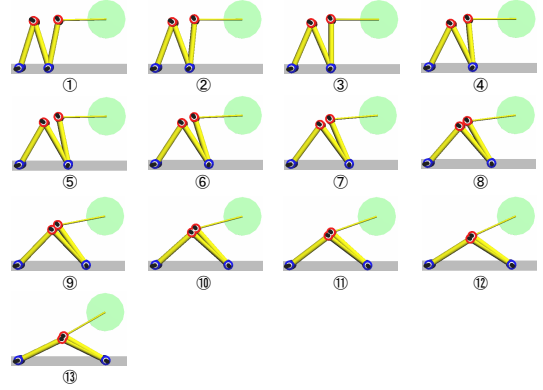


Fig. 5: Elbow-bracing position in simulation

手先の目標座標を以下の式にして目標軌道追従シミュレーションを行った.

$$y_d = 0.2 \cos \frac{2\pi}{T}t + y_c \tag{65}$$

$$z_d = 0.2 \sin \frac{2\pi}{T}t + y_d \tag{66}$$

目標軌道の中心座標 $(y_c, z_c) = (0.8, 0.5), (0.9, 0.5), (1.0, 0.5)$ と変化させ, 手先につけた対象物の質量 M は $0.4 \sim 1.2$ [kg] まで 0.2 [kg] ずつ変化させて, それぞれの場合に対して Fig.5 のように肘付き位置を変化させてシミュレーションを行った. 2 種類の 4 リンクマニピュレータのシミュレーションにおける肘付き位置に対する消費エネルギーのグラフを Fig.6-11 に示す. ここで肘付き位置とは Fig.4 における作業座標系 Σ_W の原点から \textcircled{A} 点までの距離を表す. Fig.6-11 よりそれぞれの最適な肘付き位置は目標軌道の中心より y 軸の負の方向に 0.4 [m], 0.25 [m], 0.2 [m], 0.15 [m], 0.15 [m], 0.1 [m] の位置に肘を付けば消費エネルギーが最小になることが分かる. また, 全てのグラフにおいて下に凸の放物線になることが分かる. このことから, 最適な肘付き位置やグラフの形が分からなくてもマニピュレータが作業しながら最適な位置を探索できると考えられる.

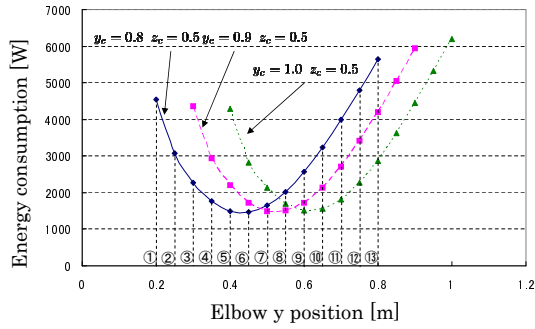


Fig. 6: Evaluation of energy consumption(M=0.0)

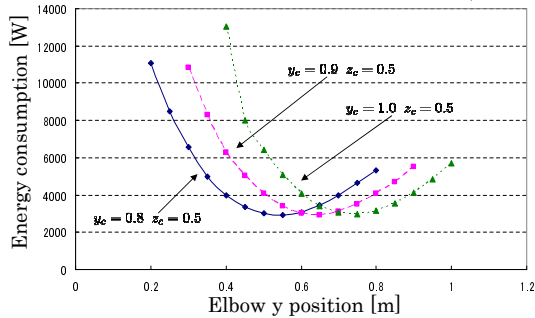


Fig. 7: Evaluation of energy consumption(M=0.4)

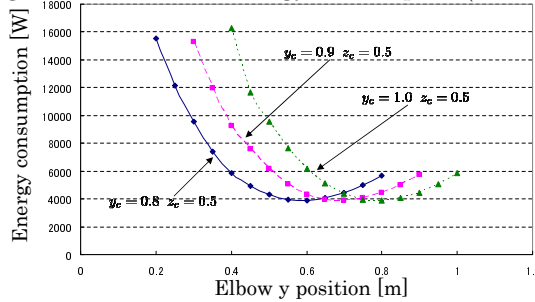


Fig. 8: Evaluation of energy consumption(M=0.6)

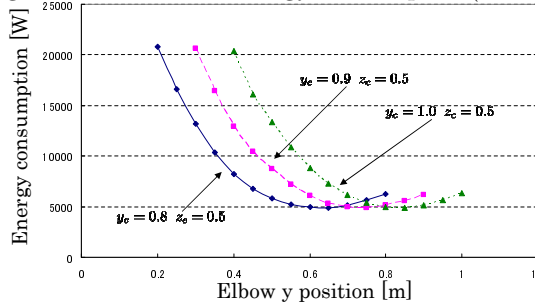


Fig. 9: Evaluation of energy consumption(M=0.8)

5 おわりに

本論文では肘付き動作を提案し、拘束運動のモデリングを行い、コントローラ的设计後、シミュレーションにより最適な肘付き位置の探索を行った。消費エネルギー最小規範のハンドの把持対象物の重量に依存して決まる

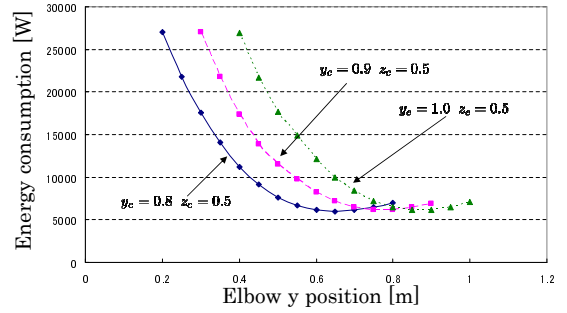


Fig. 10: Evaluation of energy consumption(M=1.0)

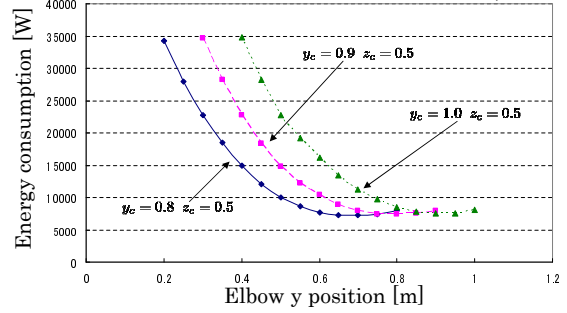


Fig. 11: Evaluation of energy consumption(M=1.2)

最適な肘付き位置が存在することが分かる。今後は、シミュレーションで得られた結果から、実時間での肘付き位置最適化制御を行う予定である。

参考文献

- [1] Y. Washino, M. Minami, H. Kataoka, T. Matsuno, A. Yanou, M. Itoshima, Y. Kobayashi: "Hand- Trajectory Tracking Control with Bracing Utilization of Mobile Redundant Manipulator" SICE Annual Conference pp.219-224 (2012).
- [2] 糸島 道之, 尾崎 壮紘, 前場 友秀, 見浪 護, 矢納 陽: 肘付拘束冗長性を利用したハンド軌道追従と拘束運動の非干渉化制御, 第2回コンピューショナル・インテリジェンス研究会, pp.57-64(2012).
- [3] 山本 賢; 多点肘つきロボットの動力学モデルと手先軌道追従制御時の肘つき効果, 福井大学大学院工学研究科知能システム工学専攻, 平成20年度修士論文 (2009).
- [4] 道上 佳世; 拘束条件に基づいた位置/力制御の改善, 福井大学工学部知能システム工学科, 平成19年度卒業論文 (2008)
- [5] 片岡 秀美: 移動ロボットに搭載された肘付き冗長マニピュレータの研究, 岡山大学大学院自然科学研究科機械システム工学専攻, 平成23年度修士論文 (2012)