

# 静/動摩擦を考慮したヒューマノイドのアイススケート歩行

## Humanoid Walking on Ice Utilizing Slipping and Static/Kinetic Friction

○李 想 (岡山大) 井澤大時 (岡山大)  
正 見浪 護 (岡山大) 正 松野隆幸 (岡山大)

Xiang LI, Okayama University, pzkm87r2@s.okayama-u.ac.jp  
Daiji IZAWA, Okayama University  
Mamoru MINAMI, Okayama University  
Takayuki MATSUNO, Okayama University

Humanoid's biped walking has been researched extensively regardless of simulations or actual experiments. However, there are many discussions focusing on the simple model based on an inverted pendulum model and linear approximation. Besides, humanoid's biped walking realized by the controller based on Zero-Moment Point (ZMP) known as reliable control method is different from human-like walking on the view point that ZMP-based walking does not include falling state. And research on walking realized in a slipping environment has not been conducted previously. In this research, walking model of humanoid including slipping, bumping, surface-contacting and line-contacting of foot is discussed, and its dynamical equation is derived by Newton-Euler method. Then, walking stabilization strategy named "Visual-Lifting Approach" proposed to enhance standing robustness and prevent humanoid from falling down is introduced. In this paper, discussions of the walking in a low coefficient of friction environment have been extended by using humanoid models that include feet slipping motions.

**Key Words:** Humanoid, Ice Utilizing Slipping, Dynamics, Static/Kinetic Friction

### 1 緒言

ヒューマノイドによる二足歩行はシミュレーション実験や実験実験を問わず幅広く研究されている。その中でも線形近似などを用いることなく、かつ複雑なダイナミクスを避けるために、ヒューマノイドを倒立振り子と見なしてモデル化を行っている研究 [1]-[3] が多数存在する。ヒューマノイドを線形倒立振り子モデルに置き換えることによって、従来の線形制御理論を用いた制御器が容易に設計可能となることや、計算コストの減少によって歩行軌道や関節軌道などが実時間で生成できるなどのメリットがあるため、安定な二足歩行が数多く実現されてきた [4][5]。

しかしながら上記のモデル化や制御器設計の手法は全て単純化された二足歩行モデルが対象であり、足 (foot) の点接地、面接地を考慮したモデルの作成や足の滑りなどが歩行に与える影響に関する議論は避けられる傾向にある [6]-[8]。本研究では摩擦係数が小さい劣悪環境 (濡れた路面、雪、氷の上) における歩行中の足の滑りを考慮し、かつ足 (foot) を含むモデルの作成によって接地時における衝突 (遊脚の着地)、面 (足裏) / 点 (踵) 接地を明確に区別した歩容モデルを考えた。これらのダイナミクスの運動方程式を Newton-Euler 法を用いて導出する。またこれらの歩容モデルを用いて歩行中に予想される歩容遷移図を作成した。歩行中は運動方程式が歩容遷移図に沿った歩容モデルの切り替えを行う。この歩容モデルの遷移の仕方は入力トルクによって変わることはもちろん、環境 (地面の摩擦係数や段差などの障害物) やヒューマノイドモデルの関節可動域の制限、ヒューマノイドモデルのサイズ (幼児や高齢者) によっても歩容の遷移が変わる。

中でも地面の摩擦係数を氷の上として仮定した場合、非常に低い摩擦係数の地面上を歩行することは困難である。しかしアイススケートの動作を模倣することにより摩擦係数が非常に低い環境でも滑りを利用して進行することが出来ると考えた。本論文では滑りを考慮したヒューマノイドモデルを用いてアイススケートを模した運動をシミュレーションし、その結果を一步毎の歩行周期や滑り距離、滑り速度などを用いて考察したことを示す。

### 2 ヒューマノイドモデル

#### 2.1 運動学モデル

動力学モデルを導出する対象のヒューマノイドモデルの基準座標系  $\sum_W$ , 各関節角度  $q_i$  [rad] の定義を Fig. 1(a) に各リンク座標系  $\sum_i$ , 各リンク長さ  $l_i$  [m] の定義を Fig. 1(b) に示す。Table 1 には各リンクの長さ、質量を示しており、全長 1.7m, 全質量 63.8[kg] のヒューマノイドモデルを作成した。モデルは 17 本の剛体リンクと質量や長さを持たない 17 個の回転関節、1 個の直動関節で構成されている。直動関節は主脚の  $\sum_W$  の  $y$  軸方向の滑りを表現している。したがって主脚が滑る場合は、つま先を含む脚、胴体、腕などの全身モデルを 18 自由度を持つ。Fig. 1(a) に示すように脚は、 $\sum_W$  の  $y$  軸方向の並進と  $x$  軸回りの回転の自由度を持つが、Fig. 1(b) に示す脚の  $\sum_W$  の  $y$  軸回りの回転の自由度は与えていない。したがって下半身は矢状面内の運動しか行わないが、上半身は joint-8,9,10 により 3 次元空間内の運動が可能である。以降では、link-1, ..., 3 によって構成される脚を「支持脚」、link-5, ..., 7 によって構成される脚を状態に応じて「遊脚」と呼ぶ。link-1 につけられている直動関節は接地面との滑りを表現する関節である。ただし  $\sum_0$  は Fig. 1(a) の右下に示すように主脚つま先に固定されて  $\sum_0$  の  $y$  軸が  $\sum_W$  の  $y$  軸と一致している座標である。Fig. 1 中の  $\sum_0$  の運動は足の滑りを、 $\sum_1$  の運動は link-1 の回転を表している。

#### 2.2 動力学モデル

運動方程式を Newton-Euler 法を用いて導出を行う。まず、Newton-Euler 法の順動力学計算として根元リンクから各リンクの先端に向かって link- $i$  の関節角速度  ${}^i\omega_i$ , 関節角加速度  ${}^i\dot{\omega}_i$ , リンク座標系の原点における並進加速度  ${}^i\ddot{p}_i$ , リンクの質量中心における並進加速度  ${}^i\ddot{s}_i$  を以下の式から導出する。

$${}^i\omega_i = {}^{i-1}R_i^{T,i-1}\omega_{i-1} + {}^ie_{zi}\dot{q}_i \quad (1)$$

$${}^i\dot{\omega}_i = {}^{i-1}R_i^{T,i-1}\dot{\omega}_{i-1} + {}^ie_{zi}\dot{q}_i + {}^i\omega_i \times ({}^ie_{zi}\dot{q}_i) \quad (2)$$

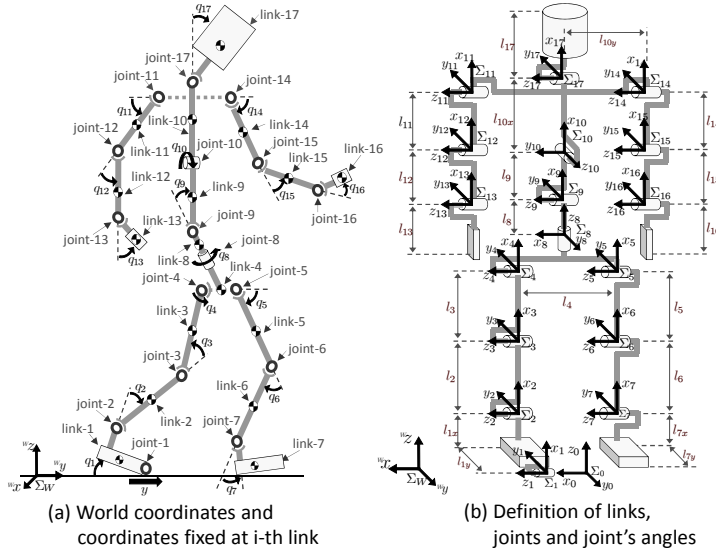


Fig.1 Definition of Humanoid model

Table 1 Physical parameters

Link	$l_i$ [m]	$m_i$ [kg]	$d_i$ [Nms/rad]
Head ( $l_{17}$ )	0.24	4.5	0.5
Upper body ( $l_{10x}$ )	0.41	21.5	10.0
Middle body ( $l_9$ )	0.1	2.0	10.0
Lower body ( $l_8$ )	0.1	2.0	10.0
Upper arm ( $l_{11}, l_{14}$ )	0.31	2.3	0.03
Lower arm ( $l_{12}, l_{15}$ )	0.24	1.4	1.0
Hand ( $l_{13}, l_{16}$ )	0.18	0.4	2.0
Waist ( $l_4$ )	0.27	2.0	10.0
Upper leg ( $l_3, l_5$ )	0.38	7.3	10.0
Lower leg ( $l_2, l_6$ )	0.40	3.4	10.0
Foot ( $l_{1x}, l_{7x}$ )	0.07	1.3	10.0
Total weight [kg]	—	64.2	—
Total height [m]	1.7	—	—

link-0は $\sum_0 y$ 軸方向に滑るため、この並進運動の逆力学計算は次式で計算される。

$${}^i \ddot{\mathbf{p}}_i = {}^{i-1} \mathbf{R}_i^T \{ {}^{i-1} \ddot{\mathbf{p}}_{i-1} + {}^{i-1} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} \times {}^{i-1} \hat{\mathbf{p}}_i + {}^{i-1} \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times ({}^{i-1} \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times {}^{i-1} \hat{\mathbf{p}}_i) \} \quad (3)$$

$${}^i \dot{\mathbf{s}}_i = {}^i \dot{\mathbf{p}}_i + {}^i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times {}^i \hat{\mathbf{s}}_i + {}^i \boldsymbol{\omega}_i \times ({}^i \boldsymbol{\omega}_i \times {}^i \hat{\mathbf{s}}_i) \quad (4)$$

第  $i$  関節が直動関節の場合の計算は以下のように行う。このモデルにおいて直動関節は地面と link-1 の間に設置されている。これによって支持脚の滑りを表現している。

$${}^i \boldsymbol{\omega}_i = {}^{i-1} \mathbf{R}_i^T {}^{i-1} \boldsymbol{\omega}_{i-1} \quad (5)$$

$${}^i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i = {}^{i-1} \mathbf{R}_i^T {}^{i-1} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} \quad (6)$$

$${}^i \ddot{\mathbf{p}}_i = {}^{i-1} \mathbf{R}_i^T \{ {}^{i-1} \ddot{\mathbf{p}}_{i-1} + {}^{i-1} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} \times {}^{i-1} \hat{\mathbf{p}}_i + {}^{i-1} \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times ({}^{i-1} \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times {}^{i-1} \hat{\mathbf{p}}_i) + 2({}^{i-1} \mathbf{R}_i^T {}^{i-1} \boldsymbol{\omega}_{i-1}) \times (e_y \dot{q}_i) + e_y \ddot{q}_i \} \quad (7)$$

$${}^i \dot{\mathbf{s}}_i = {}^i \dot{\mathbf{p}}_i + {}^i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times {}^i \hat{\mathbf{s}}_i + {}^i \boldsymbol{\omega}_i \times ({}^i \boldsymbol{\omega}_i \times {}^i \hat{\mathbf{s}}_i) \quad (8)$$

ここで、 ${}^{i-1} \mathbf{R}_i$  は  $\sum_{i-1}$  から  $\sum_i$  への回転行列、 $e_{zi} = [0, 0, 1]^T$ 、 $e_{yi} = [0, 1, 0]^T$  は link- $i$  の回転軸、直動軸を表す単位ベクトル、 ${}^{i-1} \hat{\mathbf{p}}_i$  は  $\sum_{i-1}$  の原点から link- $i$  の質量中心までの位置ベクトルを表している。ただし、link-4 が link-5 と link-8 につながっていることから、式(1)~(4)においてこれらの式によらない。また link-10 においても link-11, 14, 17 につながっているため、同様なことが言える。次に逆力学計算に基づいて、先端リンクから根元のリンクに向かって link- $i$  におけるニュートンとオイラーの動学的な力のつり合いをを以下の式に基づいて導出する。

$${}^i \mathbf{f}_i = {}^i \mathbf{R}_{i+1} {}^{i+1} \mathbf{f}_{i+1} + m_i {}^i \dot{\mathbf{s}}_i \quad (9)$$

$${}^i \mathbf{n}_i = {}^i \mathbf{R}_{i+1} {}^{i+1} \mathbf{n}_{i+1} + {}^i \mathbf{I}_i {}^i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i + {}^i \boldsymbol{\omega}_i \times ({}^i \mathbf{I}_i {}^i \boldsymbol{\omega}_i) + {}^i \hat{\mathbf{s}}_i \times (m_i {}^i \dot{\mathbf{s}}_i) + {}^i \hat{\mathbf{p}}_{i+1} \times ({}^i \mathbf{R}_{i+1} {}^{i+1} \mathbf{f}_{i+1}) \quad (10)$$

リンク座標系の設定方法としてよく用いられるように全ての関節が  ${}^i z_i$  軸回りの回転を行うように  $\sum_i$  を定めた場合、単位ベクトルは  $e_{zi} = [0, 0, 1]^T$  となり、回転関節の連 link- $i$  の逆力学計算は式(11)となる。

$$\tau_i = e_{zi}^T {}^i \mathbf{n}_i + d_i \dot{q}_i \quad (11)$$

$$\tau_i = e_{zi}^T \mathbf{f}_i + k_{fi} \dot{q}_i \quad (12)$$

link-0~link-17 の以上の式を一般的な表現に改めると以下になる [9]。

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau} \quad (13)$$

ここで、 $\mathbf{M}(\mathbf{q})$  は慣性行列、 $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 、 $\mathbf{g}(\mathbf{q})$  はそれぞれ遠心力/コリオリ力の項及び重力項を表すのベクトル、 $\mathbf{D}$  は関節の摩擦係数を表す対角行列、 $\boldsymbol{\tau} = [f_0, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{17}]$  (ただし足の滑りは受動的であるため  $f_0 = 0$ ) は入力トルクベクトル、 $\mathbf{q} = [y_0, q_1, \dots, q_{17}]$  は関節角度ベクトルである。

### 3 拘束条件付運動方程式

遊脚の地面への接地は拘束条件を用いて表現している。その条件を加えた運動方程式は式(14)となる。

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{j}_{cz}^T f_{nz} - \mathbf{j}_t^T f_t + \mathbf{j}_r^T \tau_n + \mathbf{j}_{cy}^T f_{ny} \quad (14)$$

$f_{nz}$ 、 $f_t$ 、 $\tau_n$ 、 $f_{ny}$  はそれぞれ抗力 ( $\Sigma_W$  の  $z$  方向)・摩擦力・拘束トルク・抗力 ( $\Sigma_W$  の  $y$  方向) である。また、 $\mathbf{j}_{cz}$ 、 $\mathbf{j}_t$ 、 $\mathbf{j}_r$ 、 $\mathbf{j}_{cy}$  は以下の式で定義されるベクトルである。

$$\mathbf{j}_{cz}^T = \left( \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}^T} \right)^T \left\{ \left( \frac{\partial C_{hz}}{\partial \mathbf{r}} \right) / \left\| \frac{\partial C_{hz}}{\partial \mathbf{r}} \right\| \right\} \quad (15)$$

$$\mathbf{j}_t^T = \left( \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}^T} \right)^T \frac{\dot{\mathbf{r}}}{\|\dot{\mathbf{r}}\|} \quad (16)$$

$$\mathbf{j}_r^T = \left( \frac{\partial C_{fr}}{\partial \mathbf{r}^T} \right)^T / \left\| \frac{\partial C_{fr}}{\partial \mathbf{r}} \right\| \quad (17)$$

$$\mathbf{j}_{cy}^T = \left( \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}^T} \right)^T \left\{ \left( \frac{\partial C_{hy}}{\partial \mathbf{r}} \right) / \left\| \frac{\partial C_{hy}}{\partial \mathbf{r}} \right\| \right\} \quad (18)$$

$C_{hz}$ 、 $C_{fr}$ 、 $C_{hy}$  はそれぞれ、接地脚の踵を地面に拘束 ( $z_h = 0$ )、接地脚の回転を拘束 ( $q_e = q_0 + q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6 + q_7 = 0$ )、進行方向に対する接地脚の運動を拘束 ( $y_h = \text{一定}$ ) という条件を意味する。また  $\Sigma_W$  に基づく接地脚の踵の位置ベクトルを  $\mathbf{r}_h(\mathbf{q})$  と定義したとき以下の式で表現される。

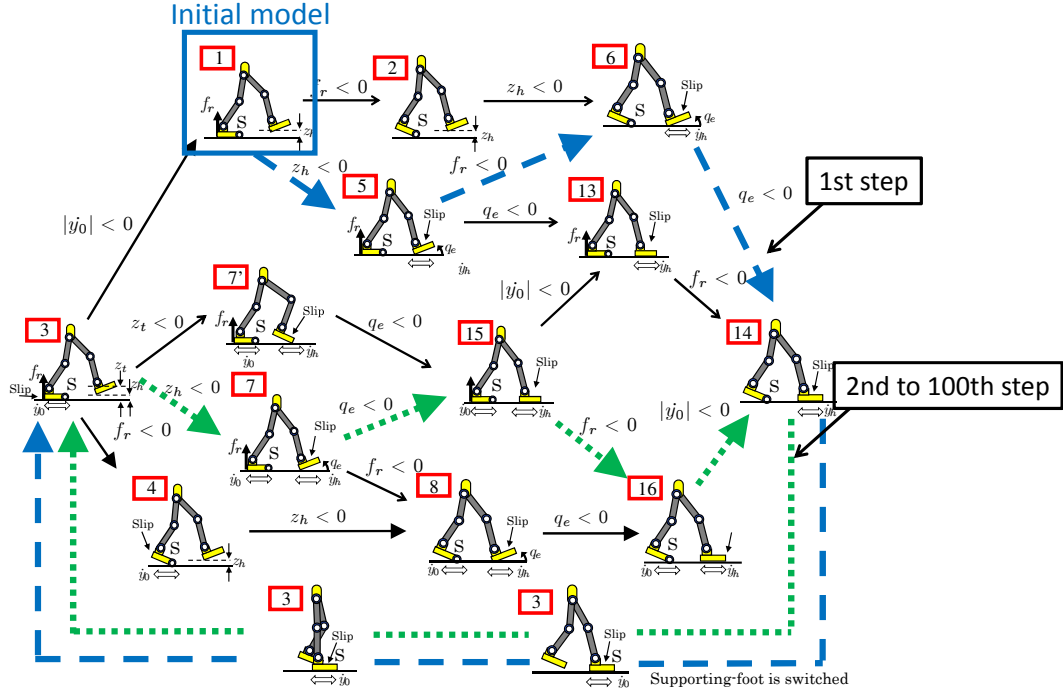


Fig.2 Gait transition for walking like an ice skating.

$$C(\mathbf{r}_h(\mathbf{q})) = \begin{bmatrix} C_{hz}(\mathbf{r}_h(\mathbf{q})) \\ C_{fr}(\mathbf{r}_h(\mathbf{q})) \\ C_{hy}(\mathbf{r}_h(\mathbf{q})) \end{bmatrix} \quad (19)$$

式 (19) を時間  $t$  で 2 階微分し, 式 (14) とを連立させることにより, 以下に示すダイナミクスを得る.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}(\mathbf{q}) & -(\mathbf{j}_{cz}^T - \mathbf{j}_t^T K) & -\mathbf{j}_r^T & -\mathbf{j}_{cy}^T \\ \partial C_{hz} / \partial \mathbf{q}^T & 0 & 0 & 0 \\ \partial C_{fr} / \partial \mathbf{q}^T & 0 & 0 & 0 \\ \partial C_{hy} / \partial \mathbf{q}^T & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ f_{nz} \\ \tau_n \\ f_{ny} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} - \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{g}(\mathbf{q}) - D\dot{\mathbf{q}} \\ -\dot{\mathbf{q}}^T \left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left( \frac{\partial C_{hz}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right\} \dot{\mathbf{q}} \\ -\dot{\mathbf{q}}^T \left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left( \frac{\partial C_{fr}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right\} \dot{\mathbf{q}} \\ -\dot{\mathbf{q}}^T \left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left( \frac{\partial C_{hy}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right\} \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (20)$$

#### 4 Visual-Lifting Approach

一般的に ZMP を参照しない連続歩行は困難であるとされる。それは Fig. 2 における状態 (2) や (4) などのように不安定な歩容が現れるためである。不安定な歩容とは転倒状態を意味し、一旦転倒状態が生じると安定な姿勢に復帰することは難しい。本章ではこのような問題を避けるために、ヒューマノイドの直立時または歩行時の安定性向上を目的として “Visual-Lifting Approach” なる戦略を提案した。本戦略の概念は頭部の位置/姿勢を一定に保つことである。まず、本戦略の概略図を Fig. 3 に示す。

ヒューマノイドの頭部に固定された座標系  $\Sigma_H$  に基づいて、固定目標物体の位置/姿勢を測定するために Model-based matching 法を使用する。固定目標物体に対して設定された座標系  $\Sigma_R$  と  $\Sigma_H$  の関係は同次変換行列  ${}^H\mathbf{T}_R$  として定義される。その結果、頭部の目標位置を表す座標系  $\Sigma_{H_d}$  と  $\Sigma_H$  の偏差を表す同次変換行列  ${}^{H_d}\mathbf{T}_H$  は以下の式によって求まる。

$${}^H\mathbf{T}_{H_d}(\boldsymbol{\psi}_d(t), \boldsymbol{\psi}(t)) = {}^H\mathbf{T}_R(\boldsymbol{\psi}(t)) \cdot {}^{H_d}\mathbf{T}_R^{-1}(\boldsymbol{\psi}_d(t)) \quad (21)$$

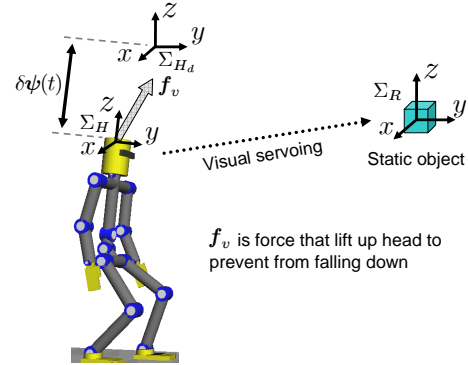


Fig.3 Concept of Visual-Lifting Approach

式 (21) において,  ${}^H\mathbf{T}_R$  は “On-line visual pose estimation” によって測定された  $\boldsymbol{\psi}(t)$  を用いて計算可能であるが, 本研究では  ${}^H\mathbf{T}_R$  をビジュアルサーボによる認識によって得るのではなく, 既知の変数として扱っている。そして,  $\delta\boldsymbol{\psi}(t) = \boldsymbol{\psi}_d(t) - \boldsymbol{\psi}(t)$  として定義される頭部の目標値と実際の偏差を最小とするために, 関連した関節に入力されるべきトルクが以下の式より計算される。

$$\boldsymbol{\tau}_h(t) = \mathbf{J}_H(\mathbf{q})\mathbf{K}_p\delta\boldsymbol{\psi}(t) \quad (22)$$

ここで,  $\mathbf{J}_H(\mathbf{q})$  は支持脚から頭部までの位置/姿勢を表すヤコビ行列,  $\mathbf{K}_p$  は比例ゲインを表している。すなわち式 (22) は頭部を目標位置に引っ張る力  $\mathbf{f}_v$  を生み出し, 重力による頭部や重心位置の低下及び予測不可能な滑りや外乱による転倒を防止する効果を持つ。式 (22) の制御器は Fig.2 示される全ての歩容において適用される。

#### 5 シミュレーション (アイススケート運動)

##### 5.1 シミュレーション環境, 条件

本章からは我々が作成したヒューマノイドモデルに運動させるための接地面との摩擦係数などの設定環境や条件を示す。

### 5.1.1 接地面との摩擦係数について

今回目指す運動は滑りを利用した歩行運動であるアイススケートを模した運動である。図1においてy軸正の方向を進行歩行としている。進行歩行に進む際は、足と地面の間の摩擦係数を0.005としている。しかし進行方向への加速力をつま先の蹴り出しによって得るため、進行歩行と逆向きに力が働くときは摩擦係数を0.9としている。これはアイススケートにおいてスケートシューズのトゥピックを考慮したためである。

### 5.1.2 ZMP について

本シミュレーションにおいてZMPは評価指標であり、ZMP規範の制御を組み込んでいないことをここに示す。この評価指標としているZMPの導出方法について示す。ZMPの導出は片足接地時のみ導出し、拘束条件を含む運動方程式を解く際はZMPの導出を行わない。ZMPは以下のように導出できる。 $l_f = f_r l / (f_r + f_f)$ ,  $f_r l_r - f_f l_f = 0$ 。ここで $f_r, f_f$ は踵、つま先にかかる抗力、 $l_r, l_f$ は踵、つま先からZMPまでの距離を示している。また $f_r, f_f$ に関してはニュートンオイラー法の逆動力学を解いてリンク先端からおりてきた力とモーメントより導出した既知のものである。

### 5.1.3 歩容遷移図中における支持脚遊脚の切り替え条件

図2にアイススケート運動の歩容遷移図を示す。1~16の数字はそれぞれの歩容モデルに対応する運動方程式の番号を表す。歩容モデル間の矢印は運動の遷移を意味し、その遷移の発生条件は矢印の上に示す。

図2において14から3への切り替えが支持脚と遊脚が切り替わるタイミングである。本来この切り替えは両足接地中に支持脚である足の接地面から遊脚である足の接地面へZMPが移動した際に支持脚遊脚の切り替えが発生する。しかし本シミュレーションにおいて両足接地中のZMPは導出していない。また、支持脚遊脚の切り替えには重心の位置と遊脚の足の位置を参考に切り替えを行っている。

## 5.2 シミュレーション結果

シミュレーション条件を基に各関節にトルクを入力してシミュレーションを行った。結果として100歩まで継続して歩いた。100歩までの運動時間は80.49[s]、総移動距離は385.88[m]であった。またこの歩行中の歩容遷移を図2に示す。歩容遷移の仕方に関して1歩目は図2中の1→5→6→14→3→1、それ以降は3→7→15→16→14→3の遷移で運動を行った。

さらにシミュレーション中の一步毎の時間と滑り速度、滑り距離を図4と図5、図6に示す。今回は100歩までのシミュレーションであるためそれ以降も運動を続けるかどうかは分からないが、図4の歩行周期に関するグラフからもほぼ同じ周期で運動が行えていることから100歩以降も運動を継続して行っていると考えられる。

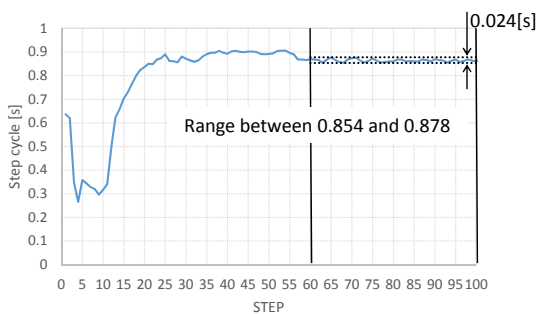


Fig.4 Step cycle per step up to 100 steps.

## 6 結言

本論文では動力学に基づいたヒューマノイドモデルをニュートンオイラー法により運動方程式を求めたことを示した。またアイススケートを模した運動をさせるための環境や条件を示し、それに基づいてシミュレーションを行い一步毎の各周期を示した。

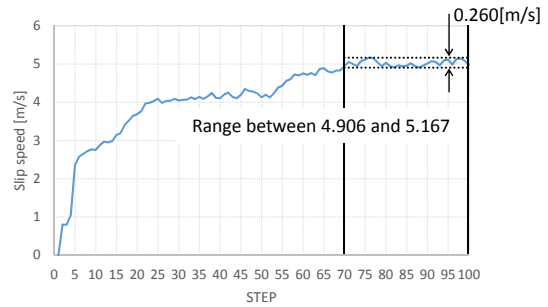


Fig.5 Step cycle per step up to 100 steps.

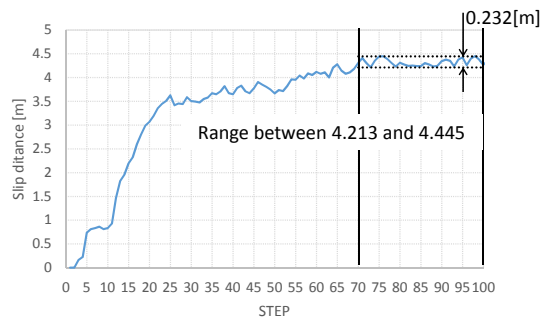


Fig.6 Step cycle per step up to 100 steps.

## 参考文献

- [1] S. Kajita, M. Morisawa, K. Miura, S. Nakaoka, K. Harada, K. Kaneko, F. Kanehiro and K. Yokoi, "Biped Walking Stabilization Based on Linear Inverted Pendulum Tracking," *Proc. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp.4489-4496, 2010.
- [2] H. Dau, C. Chew and A. Poo, "Proposal of Augmented Linear Inverted Pendulum Model for Bipedal Gait Planning," *Proc. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp.172-177, 2010.
- [3] S. Kajita and K. Tani, "Study of Dynamic Locomotion on Rigged Terrain-Derivation and Application of the Linear Inverted Pendulum Mode," *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp.1405-1411, 1991.
- [4] P.B. Wieber, "Trajectory free linear model predictive control for stable walking in the presence of strong perturbations," *Proc. International Conference on Humanoid Robotics*, 2006.
- [5] A. Herdt, N. Perrin and P.B. Wieber, "Walking without thinking about it," *Proc. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp.190-195, 2010.
- [6] T. Aoyama, Y. Hasegawa, K. Sekiyama and T. Fukuda, "Stabilizing and Direction Control of Efficient 3-D Biped Walking Based on PDAC", *2009 IEEE/ASME transactions on mechatronics.*, pp.712-718, 2009.
- [7] T. Sugihara and Y. Nakamura, "Whole-body Cooperative COG Control through ZMP Manipulation for Humanoid Robots", *Proceedings of the 2nd International Symposium on Adaptive Motion of Animals and Machines*, SaP-III-4, 2003.
- [8] Christine Chevallereau, J. W. Grizzle, Ching-Long Shih, "Asymptotically Stable Walking of a Five-Link Underactuated 3-D Bipedal Robot", *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp.6228-6233, 2010.
- [9] J. Nishiguchi, M. Minami, A. Yanou, "Iterative calculation method for constraint motion by extended Newton-Euler method and application for forward dynamics", *Transactions of the JSME (in Japanese)*, Vol.80, No.815, 2014.