

肘つき動作を用いた省エネルギー高精度軌道追従

Efficient and Accurate Trajectory Tracking by Utilizing Elbow's Constraint

○山本 賢(福井大), 見浪 護(福井大)

○Masaru Yamamoto(University of Fukui), Mamoru MINAMI(University of Fukui)

Abstract: I think a manipulator just like a human-being who can do some high accuracy work by a little power with attaching elbow. So in this paper it is compared the two movements, without attaching elbow and with attaching elbow. Then we can get the conclusion in the movement without attaching elbow, it can work better, under the condition of smaller power.

1 緒言

多関節マニピュレータはリンクの数が増えるほど自重が増してしまい、制御する為にはより大きな力が必要となる。また、自重によって手先が下がってしまい、手先の精度も悪くなる。そこで、人間は肘を固定面に接地した状態で手先で作業を行うと、接地していない状態と比べると精度が高く、また、少ない力で作業が出来ることを考え、同様に多関節マニピュレータにも同じことが言えるであろうと考える。よって本研究では、Fig.1に示すようなロボットの肘付き運動について考え、肘付き拘束運動と肘を付かない運動とを比較して、肘を付いたほうが少ない力で正確に作業が行えることをシミュレーションより示す。

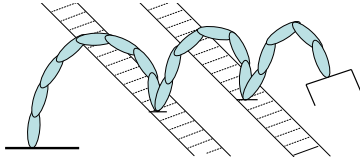


Fig. 1: manipulator

2 運動方程式

まず、拘束のない自由運動可能なsリンクマニピュレータの運動方程式を求める。マニピュレータの運動方程式は、

$$M(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) = \tau \quad (1)$$

と表される。 $M(\theta)\ddot{\theta}$ は慣性項であり、 $H(\theta, \dot{\theta})$ は遠心力とコリオリ力からなる項、 $G(\theta)$ は重力項、 θ は関節角度、 τ は入力トルクである。

式(1)の運動方程式をニュートン・オイラー法と呼ばれる以下のような繰り返し計算で求めることができる。ここで以下に用いる記号を定義しておく。第*i*リンクの回転行列 A_i 、リンク長 l_i 、重心ベクトル a_i 、単位ベクトルの回転軸 q_i 、慣性行列 I_i 、質量 m_i 、角速度ベクトル ω_i 、角加速度ベクトル $\dot{\omega}_i$ 、加速度ベクトル \ddot{p}_i 、重心加速度ベクトル \ddot{p}_{gi} 、カベクトル f_i 、モーメントベクトル n_i 、トルク τ_i であり、これらのベクトル、行列は全て第*i*リンク座標系で書かれている。また、 n はマニピュレータのリンクの数

を表す。

初期値を次のように設定する。

$$\begin{aligned} {}^0\omega_0 &= 0, {}^0\dot{\omega}_0 = 0, {}^0\ddot{p}_0 = g \\ {}^{s+1}f_{s+1} &= 0, {}^{n+1}n_{s+1} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

正順繰り返し計算 ($i = 1, 2, \dots, n$)

$${}^i\omega_i = {}^{i-1}A_i^T ({}^{i-1}\omega_{i-1} + {}^{i-1}A_i^i q_i \dot{\theta}_i) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} {}^i\dot{\omega}_i &= {}^{i-1}A_i^T \{ {}^{i-1}\dot{\omega}_{i-1} + {}^{i-1}A_i^i q_i \ddot{\theta}_i \\ &\quad + {}^{i-1}\omega_{i-1} \times ({}^{i-1}A_i^i q_i \dot{\theta}_i) \} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} {}^i\ddot{p}_i &= {}^{i-1}A_i^T \{ {}^{i-1}\ddot{p}_{i-1} + {}^{i-1}\dot{\omega}_{i-1} \times {}^{i-1}l_{i-1} \\ &\quad + {}^{i-1}\omega_{i-1} \times ({}^{i-1}\omega_{i-1} \times {}^{i-1}l_{i-1}) \} \end{aligned} \quad (5)$$

$${}^i\ddot{p}_{gi} = {}^i\ddot{p}_i + {}^i\dot{\omega}_i \times {}^i a_i + {}^i\omega_i \times ({}^i\omega_i \times {}^i a_i) \quad (6)$$

逆順繰り返し計算 ($i = n, n-1, \dots, 1$)

$${}^i f_i = {}^i A_{i+1} {}^{i+1} f_{i+1} + m_i {}^i \ddot{p}_{gi} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} {}^i n_i &= {}^i A_{i+1} {}^{i+1} n_{i+1} + {}^i I_i {}^i \dot{\omega}_i + {}^i \omega_i \times ({}^i I_i {}^i \omega_i) \\ &\quad + {}^i a_i \times (m_i {}^i \ddot{p}_{gi}) + {}^i l_i \times {}^i A_{i+1} {}^{i+1} f_{i+1} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\tau_i = {}^i q_i^T {}^i n_i \quad (9)$$

以上より、式(1)の運動方程式は式(9)より $\tau = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n]^T$ と求めることができる。

3 拘束運動

nリンクマニピュレータの中間リンクがs個の拘束を受けているときの運動方程式を求める。

$$\begin{aligned} M(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \\ = \tau + \sum_{j=1}^s (J_{c_j}^T(\theta) f_{nj} - J_{r_j}^T(\theta) f_{tj}) \end{aligned} \quad (10)$$

$$C_j(r_j(\theta)) = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, s) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} r_j &= r_j(\theta) \\ \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial C_j}{\partial \theta} \right) \dot{\theta} \right] \dot{\theta} + \left(\frac{\partial C_j}{\partial \theta} \right) \ddot{\theta} &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$J_{c_j} = \frac{\partial C_j}{\partial \theta}, \quad J_{r_j}(\theta) = \frac{\partial r_j}{\partial \theta} \frac{\dot{r}_j}{\|\dot{r}_j\|} \quad (13)$$

それぞれ第 j リンクの拘束条件 C_j , 拘束力 f_{nj} , 摩擦力 f_{tj} , 位置ベクトル \mathbf{r}_j である。式 (10) は拘束状態の運動方程式であり, 手先が常に拘束面に接触するためには式 (11) で表される拘束条件を常に満たさなければならない。また, 式 (10) と式 (12) を合わせると, 以下の様な式に表すことができる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & -\mathbf{J}_{c1}^T & -\mathbf{J}_{c2}^T & \cdots & -\mathbf{J}_{cs}^T \\ \frac{\partial C_1}{\partial \boldsymbol{\theta}} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{\partial C_2}{\partial \boldsymbol{\theta}} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial C_s}{\partial \boldsymbol{\theta}} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}} \\ f_{n1} \\ f_{n2} \\ \vdots \\ f_{ns} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} - \mathbf{H} - \mathbf{G} \\ -\left[\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \left(\frac{\partial C_1}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right) \dot{\boldsymbol{\theta}} \right] \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ -\left[\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \left(\frac{\partial C_2}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right) \dot{\boldsymbol{\theta}} \right] \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ \vdots \\ -\left[\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \left(\frac{\partial C_s}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right) \dot{\boldsymbol{\theta}} \right] \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix} \quad (14)$$

今回は, 計算の簡単化の為に摩擦力 $f_t = 0$ とし, 摩擦力が働かないことにする。式 (14) を $\mathbf{X}\mathbf{z} = \mathbf{y}$ と置き, 式 (14) を \mathbf{Z} の式に変換すると, 以下のような式になる。

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}} \\ \mathbf{f}_n \end{bmatrix} = \mathbf{X}^{-1}\mathbf{y} \quad (15)$$

式 (15) より, 未知である各リンクの関節角加速度 $\ddot{\boldsymbol{\theta}}$ と拘束力 \mathbf{f}_n を同時に求めることができるので, 計算が簡単になる。

4 導出

式 (1) を $\boldsymbol{\tau} = \text{INV}[\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}, \mathbf{g}]$ と置き, 式 (1) の左辺の慣性行列 $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ 以外の項を $\mathbf{b} = \mathbf{H} + \mathbf{G}$ と置くと, 式 (1) は,

$$\mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{b} = \text{INV}[\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}, \mathbf{g}] \quad (16)$$

と置くことができる。式 (16) に $\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0}$ を代入すると,

$$\mathbf{b} = \text{INV}[\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \mathbf{0}, \mathbf{g}] \quad (17)$$

となり, \mathbf{b} の項が求まる。次に, 式 (16) に $\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0}, \mathbf{g} = \mathbf{0}, \ddot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{e}_i (i = 1, 2, \dots, n)$ を代入すると,

$$\mathbf{m}_i = \mathbf{M}\mathbf{e}_i = \text{INV}[\boldsymbol{\theta}, \mathbf{0}, \mathbf{e}_i, \mathbf{0}] \quad (18)$$

となる。 \mathbf{m}_i は慣性行列 \mathbf{M} の第 i 列の成分であり, \mathbf{e}_i は第 i 行目が 1 で, 他は全て 0 の $n \times 1$ 行列であるので, 式 (18) より $\mathbf{M} = [\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \dots, \mathbf{m}_n]$ が求まる。

$\boldsymbol{\tau}$ を決定する式は,

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{K}_p(\boldsymbol{\theta}_d - \boldsymbol{\theta}) + \mathbf{K}_d(\dot{\boldsymbol{\theta}}_d - \dot{\boldsymbol{\theta}}) \quad (19)$$

である。 $\mathbf{K}_p = \text{diag}[k_{p1}, k_{p2}, \dots, k_{pn}]$ は比例ゲイン, $\mathbf{K}_d = \text{diag}[k_{d1}, k_{d2}, \dots, k_{dn}]$ は速度ゲインであり, $\boldsymbol{\theta}_d$ は目標関節角度, $\dot{\boldsymbol{\theta}}_d$ は目標関節角速度である。

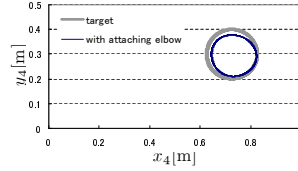


Fig. 2: with elbow

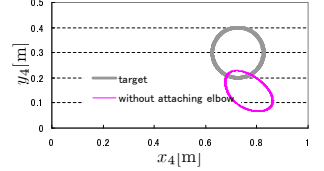


Fig. 3: no elbow

式 (17),(18),(19), より導出した $\mathbf{M}, \mathbf{H} + \mathbf{G}, \boldsymbol{\tau}$ を式 (14) に代入し, 式 (15) より関節角加速度 $\ddot{\boldsymbol{\theta}}$, 拘束力 \mathbf{f}_n を求めることができる。

また, 以上の運動方程式の導出のアルゴリズムをプログラムに反映することによって, リンクの数が多くなっても計算することが可能である。

5 比較

以上の事を踏まえた上で, 肘付き拘束運動と肘無し運動の比較を行う。今回は全ての関節が y 軸周りに回転する 4 リンクマニピュレータであり, リンク 2 の先端が水平な接地面に拘束される状態を考える為, $n = 4, {}^i\mathbf{q}_i = [0, 1, 0]^T$, 拘束条件 $C_2(\mathbf{r}_2(\boldsymbol{\theta})) = y_2 = 0$ である。また, 目標軌道に中心座標 $(x_{d2} + 0.3[m], 0.3[m])$, 半径 $0.1[m]$, 周期 $1[s]$ で反時計周りに動く円軌道を用いる軌道追従制御を行う。計算の簡単化の為, 目標角度 $\theta_{d1} = \pi/4, \theta_{d2} = -\pi/2$ に固定し, リンク 3, リンク 4 のみを考えて逆運動学を計算する。肘付き, 肘無し共に条件は, 質量 $m_i = 0.1$, リンク長 $l_i = 0.3$, 初期関節角度 $\theta_1(0) = \pi/4, \theta_2(0) = \pi/2, \theta_3(0) = -3\pi/5, \theta_4(0) = 3\pi/10$, 初期関節角速度 $\dot{\theta}_i = 0$, 比例ゲイン $k_{pi} = 10$, 速度ゲイン $k_{di} = 0.1$, 粘性摩擦係数 $D_i = 1.0 (i = 1, 2, 3, 4)$ の場合を考える。円軌道追従の 4 周期目 (3[s]~4[s]) の図を Fig.2, Fig.3 に示す。Fig.2, Fig.3 より, 肘を付かない運動ではリンク 2 の先端が下がってしまい, 上手く円を描く事ができないが, 肘付き拘束運動はリンク 2 の先端が $y_2 = 0$ に拘束されているので, 円に近い軌道を描く。以上より, 同じ条件下では, 肘付き拘束運動の方が肘無し運動よりも精度が高いことが分かる。

6 結言

本報ではまず s リンクマニピュレータの運動方程式を導出し, また, 拘束力のある運動方程式を導出した。それらから肘付き拘束運動の式を導出し, 肘付き拘束運動と肘を付かない運動をシミュレーションによって比較した。結果としては肘付き拘束運動の方がより正確に作業が行えることがシミュレーションから判断できる。与えるゲイン $\mathbf{K}_p, \mathbf{K}_d$ が小さいほど精度の差は顕著に現れた。以上より, 肘を付かずに作業するよりも肘を付けて作業する方が, 少ない力で正確な作業ができることが確かめられた。

参考文献

- [1] 池田 毅, 見浪 護 “代数方程式に着目した力センサを用いないグライディングロボットの研究”, 日本機械学会論文集, 71 巻 702 号 C 巻, H12,2.
- [2] 美多勉, 大須賀公一, “ロボット制御工学入門”, コロナ社, pp.62-69, pp73-76, 1989,11.