# 積載物の滑りを考慮した加速度制限つき最速誘導制御

Fastest Guidance Control with Accelerative Restriction Considering Slipping Movement of

Carrying Objects

○ 向野 政紀, 見浪 護(福井大学)

Masanori MUKONO, Mamoru Minami Fukui, University of Fukui, {mukono,minami}@rc.his.fukui-u.ac.jp

Some of conveyance tasks of the mobile robot are used to improve the efficiency of the production system. If the induced inertia force and torque should be bigger than the maximum static friction force and torque, the carrying objects begin a slipping motion on the mobile robot and it is a serious problem for the production system. When carrying objects slip off the mobile robots, they may be broken and the accident interferes with accurate traveling motion of the mobile robot. Then, in this study we set the purpose of this research to guide the mobile robot as fast as possible while keeping the objects not slip. Effectiveness of the guidance control with accelerative restriction of the mobile robot is verified with travelling experiment with mobile robot.

Key Words: Mobile Robot, Carrying Object, Slipping, Guidance Method

## 1. 緒言

ロボットが移動する際,積載物には遠心力などの慣 性力が働く.積載物に働く摩擦力と慣性力がつりあって いる時は積載物は静止しているが,慣性力が最大静止摩 擦力を超えてしまうと積載物は滑り始める.積載物に滑 りが生じることで,積載物の落下もしくは移動ロボット のふらつき・転倒の原因となってしまう.さらにそれらが 原因で,積載物の破損や人間の怪我など二次的な被害に つながる可能性もあり,非常に危険である.積載物の滑 りを防止する手段として,ベルトやロープなどで積載物 を固定する方法があるが,その分手間が掛かってしまい 作業効率の低下につながる.

ロボットの走行を制御することで滑りを防止し固定す ることなく搬送作業を行うことができる.そのことで上 記のような危険性をなくすことができ,安心して作業を 行うことが可能になる.また積載物を固定する手間や作 業人員の削減など,コストを抑えることができ,作業効 率が上昇する.そして,作業効率が上昇することで生産 性の向上,労働者の労働時間の短縮になり,以前と変わ らぬ給料で自由な時間が増え,ゆとりのある生活が送れ るようになる.

本研究では,積載物の滑りを防止し固定することなく ロボットができるだけ速く搬送作業を行うことを目的と し,加速度制限つき最速誘導制御法という制御法を用い る.この制御法は,加速度センサなどの外界センサを用 いずに,積載物を滑らせずに最大許容速度で走行すると いうものである.実機による走行実験を行うことで,加 速度制限つき最速誘導制御法の有効性を示す.

## 2. 積載物に作用する力

#### 2.1 静止摩擦力

基準座標系  $\Sigma_W$  内を走行する移動ロボットに固定した  $\Sigma_0$  上の点  ${}^W P_0$  に位置する積載物 S の位置を  $\Sigma_W$  で表す とき  ${}^W P_{W,S} = {}^W P_{W,0} + {}^W R_0 {}^0 P_{0,S}$  と表される.この 関係を時間で微分することによって  ${}^W \dot{P}_{W,S}$ ,  ${}^W \ddot{P}_{W,S}$ を 求めると,

$${}^{W}\dot{\boldsymbol{P}}_{W,S} = {}^{W}\dot{\boldsymbol{P}}_{W,0} + {}^{W}\boldsymbol{R}_{0}{}^{0}\dot{\boldsymbol{P}}_{0,S} + {}^{W}\boldsymbol{\omega}_{0} \times ({}^{W}\boldsymbol{R}_{0}{}^{0}\boldsymbol{P}_{0,S})$$
(1)  
$${}^{W}\ddot{\boldsymbol{P}}_{W,S} = {}^{W}\ddot{\boldsymbol{P}}_{W,0} + {}^{2W}\boldsymbol{\omega}_{0} \times ({}^{W}\boldsymbol{R}_{0}{}^{0}\dot{\boldsymbol{P}}_{0,S}) + {}^{W}\boldsymbol{R}_{0}{}^{0}\ddot{\boldsymbol{P}}_{0,S} + {}^{W}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{0} \times ({}^{W}\boldsymbol{R}_{0}{}^{0}\boldsymbol{P}_{0,S}) + {}^{W}\boldsymbol{\omega}_{0} \times \{{}^{W}\boldsymbol{\omega}_{0} \times ({}^{W}\boldsymbol{R}_{0}{}^{0}\boldsymbol{P}_{0,S})\}$$
(2)

となる.次に積載物の角速度  ${}^W\omega_S$ ,角加速度  ${}^W\dot{\omega}_S$ は,

$${}^{W}\boldsymbol{\omega}_{S} = {}^{W}\boldsymbol{\omega}_{0} + {}^{W}\boldsymbol{R}_{0}{}^{0}\boldsymbol{\omega}_{S} \tag{3}$$

$${}^{W}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{S} = {}^{W}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{0} + {}^{W}\boldsymbol{R}_{0}{}^{0}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{S} + {}^{W}\boldsymbol{\omega}_{0} \times ({}^{W}\boldsymbol{R}_{0}{}^{0}\boldsymbol{\omega}_{S}) \quad (4)$$

ここで,移動ロボットの運動中に積載物が滑り移動を 起こさない時, ${}^{_{0}}\dot{P}_{0,S} = {}^{_{0}}\ddot{P}_{0,S} = {}^{_{0}}\omega_{S} = {}^{_{0}}\dot{\omega}_{S} = \mathbf{0}$ とな る.この時, $\Sigma_{W}$ から見た移動ロボット上の積載物の並 進速度 ${}^{W}\dot{P}_{W,S}^{*}$ ,並進加速度 ${}^{W}\ddot{P}_{W,S}^{*}$ ,回転角速度 ${}^{W}\omega_{S}^{*}$ , 回転角加速度 ${}^{W}\dot{\omega}_{S}^{*}$ は,

$${}^{W}\dot{\boldsymbol{P}}_{W,S}^{*} = {}^{W}\dot{\boldsymbol{P}}_{W,0} + {}^{W}\boldsymbol{\omega}_{0} \times ({}^{W}\boldsymbol{R}_{0}{}^{0}\boldsymbol{P}_{0,S}) \qquad (5)$$
$${}^{W}\ddot{\boldsymbol{P}}_{W,G}^{*} = {}^{W}\ddot{\boldsymbol{P}}_{W,0} + {}^{W}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{0} \times ({}^{W}\boldsymbol{R}_{0}{}^{0}\boldsymbol{P}_{0,S})$$

$$+^{W}\boldsymbol{\omega}_{0} \times \{^{W}\boldsymbol{\omega}_{0} \times (^{W}\boldsymbol{R}_{0}^{0}\boldsymbol{P}_{0,S})\} \quad (6)$$

$${}^{W}\boldsymbol{\omega}_{S}^{*} = {}^{W}\boldsymbol{\omega}_{0} \tag{7}$$

$${}^{W}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{S}^{*} = {}^{W}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{0} \tag{8}$$

また,移動ロボット上において滑りが発生しないとき, 静止摩擦力と慣性力は釣り合っている.よって移動ロボットと共に運動し,移動ロボット上で滑りを起こさない時の静止摩擦力 $^{W}f_{S}^{*}$ , $^{W}\tau_{S}^{*}$ は

$${}^{W}\boldsymbol{f}_{S}^{*} = m_{S}{}^{W}\ddot{\boldsymbol{P}}_{W,S}^{*} \tag{9}$$

$${}^{W}\boldsymbol{\tau}_{S}^{*} = {}^{W}\boldsymbol{I}_{S}{}^{W}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{S}^{*} + {}^{W}\boldsymbol{\omega}_{S}^{*} \times ({}^{W}\boldsymbol{I}_{S}{}^{W}\boldsymbol{\omega}_{S}^{*})$$
(10)

と表せる.

### 2.2 最大静止摩擦力

静止摩擦力,静止摩擦トルクにはそれぞれ最大値が存在 し,これを超えた場合に積載物は滑り始める.逆に, ${}^{W}f_{S}^{*}$ ,  ${}^{W}\tau_{S}^{*}$ が最大静止摩擦力以下ならば,積載物は移動ロボッ ト上を滑らない.最大静止摩擦力,最大静止摩擦トルクは,

$${}^{W}\boldsymbol{f}_{S,max} = -rac{{}^{W}\boldsymbol{f}_{S}^{*}}{||^{W}\boldsymbol{f}_{S}^{*}||}\mu m_{S}g$$

$$\tag{11}$$

$${}^{W}\boldsymbol{\tau}_{S,max} = -[0,0,\int_{S}\Delta f_{S}r_{S}ds]^{T}$$
(12)

と表される.ここで, $-^{W}f_{S}^{*}/||^{W}f_{S}^{*}||$ は最大静止摩擦力が働く方向を表し,積載物の移動する方向とは逆方向である.また, $\mu$ は静止摩擦係数, $m_{S}$ は積載物の質量,gは重力加速度, $r_{S}$ は積載物の質量中心から微小領域dsまでの距離, $\Delta f_{S}$ は微小領域に作用する静止摩擦力である.  $||^{W}f_{S}^{*}|| < ||^{W}f_{S,max}||$ かつ $||^{W}\tau_{S}^{*}|| < ||^{W}\tau_{S,max}||$ の条件を満たしている間は積載物は滑らずに移動ロボット上で静止している.

### 3. 移動ロボットの誘導制御

## 3.1 瞬時目標と追従する誘導方法



Fig. 1: Relation between the mobile robot and the deseired couse

移動ロボットを走行させるときの目標軌道は既知であり,  $y_d(t) = f(x_d(t))$ とする.また, Fig.1 に示すように,移動 ロボットの位置を  $P_t(^Wx_0(t), ^Wy_0(t))$ ,姿勢を  $^W\theta_0(t)$ と 表す.ここで, Pの添え字 tは現在の時刻を意味し,  $P_{t+1}$ は  $P(t + \Delta t)$ を意味する.移動ロボットの位置  $P_t$ に基づ いて,目標軌道上に瞬時目標位置 $D_t(^W x_d(t), ^W y_d(t)) \triangleq (^W x_0(t) + L, f(^W x_0(t) + L))$ をとる.ここで,Lは誘導目標コース $(x_d(t), y_d(t))$ の空間周波数によって決定する定数である.

次に移動ロボットの時刻 t の位置  $P_t$  と目標位置  $D_t$  を通 り,移動ロボットの速度ベクトル  $V_0(t)$  と  $P_t$  点で接する 円 C を求める.  $P_t$  と目標軌道上の目標位置  $D_t$  によって 円の中心点  $C_t(^Wx_c(t), ^Wy_c(t))$  と半径  $r_c(t)$  が得られる. この得られた円は移動ロボットが実際の時刻 t から  $t + \Delta t$ までの間に走行する瞬時曲線軌道として用いる.

また,次の制御周期においても同様に実際の移動ロボットの位置  $P_{t+1}$  と目標位置  $D_{t+1}$  より  $t + \Delta t$  から  $t + 2\Delta t$ 間を走行する新たな走行軌道が得られる.

### 3.2 加速度の限界値

移動ロボット上の搬送面と積載物の間に働く静止摩擦 力の大きさは

$$||^W \boldsymbol{f}_S^*|| = m_S \sqrt{(\dot{V}_0 \cos \theta_0 + a_x)^2 + (\dot{V}_0 \sin \theta_0 + a_y)^2}$$
(13)  
となる.ここで ,

$$a_x = -V_0 \dot{\theta}_0 \sin \theta_0 - \ddot{\theta}_0 ({}^0 x_S \sin \theta_0 + {}^0 y_S \cos \theta_0) - \dot{\theta}_0^2 ({}^0 x_S \cos \theta_0 - {}^0 y_S \sin \theta_0)$$
(14)
$$a_x = V_0 \dot{\theta}_0 \cos \theta_0 + \ddot{\theta}_0 ({}^0 x_S \cos \theta_0 - {}^0 y_S \sin \theta_0)$$

$${}_{y} = V_{0}\theta_{0}\cos\theta_{0} + \theta_{0}(x_{S}\cos\theta_{0} - y_{S}\sin\theta_{0}) -\dot{\theta}_{0}^{2}({}^{0}x_{S}\sin\theta_{0} + {}^{0}y_{S}\cos\theta_{0})$$
(15)

である.

積載物を滑らさずに走行するための加速度は最大静止 摩擦力より次のように制限される.

$$||^{W} \ddot{\boldsymbol{P}}_{S}^{*}|| = \sqrt{(\dot{V}_{0} \cos \theta_{0} + a_{x})^{2} + (\dot{V}_{0} \sin \theta_{0} + a_{y})^{2}} < \frac{W f_{S,max}}{m_{S}}$$
(16)

ここで,
$${}^{W}f_{S,max} = ||^{W}\boldsymbol{f}_{S,max}||$$
である.従って,  
 $(\dot{V}_{0}\cos\theta_{0} + a_{x})^{2} + (\dot{V}_{0}\sin\theta_{0} + a_{y})^{2} < rac{Wf_{S,max}^{2}}{m_{\sigma}^{2}}$  (17)

が得られる.また,誘導走行時には移動ロボットの角速度,角加速度は従属的に決まり,誘導半径 $r_c \ge V_0(t) = ||V_0(t)|| = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$ を用いて次のように表わされる.

$$\dot{\theta}_0(t) = \frac{V_0(t)}{r_c(t)}$$
(18)

$$\ddot{\theta}_0(t) = \frac{r_c(t)\dot{V}_0(t) - \dot{r}_c(t)V_0(t)}{r_c^2(t)}$$
(19)

式 (18), (19) を用い,式 (17) を  $\dot{V}_0$  について解くと次 式が得られる.

$$\dot{V}_{0,min}(r_c, \dot{r}_c, V_0) < \dot{V}_0 < \dot{V}_{0,max}(r_c, \dot{r}_c, V_0)$$
 (20)

以上を整理すると,式(20)の加速度制限値はそれぞれ

$$\dot{V}_{0,max} = \frac{-(\frac{V_0 \dot{r}_c^{\ 0} y_S}{r_c^2} - \frac{V_0 \dot{r}_c ({}^0 x_S^2 + {}^0 y_S^2)}{r_c^3}) + \sqrt{D}}{(1 - \frac{2^{\ 0} y_S}{r} + \frac{({}^0 x_S^2 + {}^0 y_S^2)}{r^2})}$$
(21)

$$\dot{V}_{0,min} = \frac{-(\frac{V_0 \dot{r_c}^0 y_S}{r_c^2} - \frac{V_0 \dot{r_c} (^0 x_S^2 + ^0 y_S^2)}{r_c^3}) - \sqrt{D}}{(1 - \frac{2^0 y_S}{r_c} + \frac{(^0 x_S^2 + ^0 y_S^2)}{r_c^2})}$$
(22)

で表すことができる.ここで,Dは式(17)の $\dot{V}_0$ に関する2次代数方程式の判別式である.

## 3.3 加速度制限つき誘導制御

ー般に移動ロボットの駆動系は,速度制御型のサーボ 系を用いて構成されているため,移動ロボットの速度は サーボ系へ指示される目標速度に追従すると考えられる. 速度は制御周期  $\Delta t$  秒毎に  $V_{0d}(t)$  を指示される.時刻 t 直 前の実際の速度を  $V_0^-(t)$ ,直後の目標速度を  $V_{0d}^+(t)$  と表 すと,時刻 t で  $V_{0d}^+(t)$  が指示されたときに予定される加 速度  $\dot{V}_{0d}^+(t)$  は,近似的に

$$\dot{V}_{0d}^{+}(t) = \frac{V_{0d}^{+}(t) - V_{0}^{-}(t)}{\Delta t}$$
(23)

と表される.式 (23) で得た予定の加速度  $\dot{V}^+_{0d}(t)$  と式 (21), (22) の加速度限界値を比較し,積載物を滑らさずにできるだけ速く走行するための加速度指令値  $\dot{\tilde{V}}^+_{0d}(t)$  を次式により決定する.

$$\dot{\tilde{V}}_{0d}^{+}(t) = \begin{cases} \dot{V}_{0,max} - \epsilon & (\dot{V}_{0d}^{+}(t) > \dot{V}_{0,max} - \epsilon) \\ \dot{V}_{0d}^{+}(t) & (\dot{V}_{0,min} \le \dot{V}_{0d}^{+}(t) \le \dot{V}_{0,max})(24) \\ \dot{V}_{0,min} + \epsilon & (\dot{V}_{0d}^{+}(t) < \dot{V}_{0,min} + \epsilon) \end{cases}$$

ここで,  $\epsilon$  は積載物を滑らさずに誘導走行させる際の安定 性を増すために用いた値である.この $\hat{\tilde{V}}_{0d}^+(t)$ を用いて,  $t \sim t + \Delta t$ 秒間の新たな誘導制御出力速度 $\tilde{V}_{0d}^+(t)$ を以下 のように求める.

$$\tilde{V}_{0d}^{+}(t) = \tilde{V}_{0d}^{+}(t)\Delta t + V_0^{-}(t)$$
(25)

この誘導制御出力速度 $\tilde{V}_{od}^+(t)$ を用いて目標軌道を走行するための左右車輪指示速度を決定する.

$$\tilde{V}_{ref,i}^{+}(t) = \frac{1}{r_c} (r_c \pm \frac{T}{2}) \tilde{V}_{0d}^{+}(t) , (i = R, L)$$
(26)

## 4. 実機による検証

#### 4.1 実験機

Fig.2 に示した移動ロボットを用いて走行実験を行った. 移動ロボットは PWS 型であり,左右独立駆動型のモータ を用いている.搬送台はアクリル板により作成し,積載物



Carrying object Fig. 2: PWS-type Mobile robot



Fig. 3: Carrying object on Fig. 4: Desired Course the Mobile robot

としては段ボール製の箱を使用した.積載物の上方にカ メラを固定し,搬送台上の積載物の動きを観察した.固 定したカメラから積載物を撮影した実際の画像を Fig.3 に 示す.移動ロボットは画像左方を進行方向として,目標軌 道に追従しながら走行していく.

移動ロボットの左右車輪にはパルスカウンタが装着され,回転角度と角速度が測定されている.駆動モータの 増幅器は速度制御型である.

#### 4.2 実験内容

実機の初期位置姿勢を $({}^{W}x_0(0), {}^{W}y_0(0), {}^{W}\theta_0(0)) =$ (0,0,0),目標軌道を $y_d(t) = k(1 - \cos \omega x_d(t))$ とし,加 速度制限をかける場合と加速度制限をかけない場合の走 行実験を行った.ここで,k = 0.4, $\omega = 2\pi/T$ ,T = 1.1, 目標速度は $V_{0d}(t) = \dot{V}_{0d} \cdot t$ とし, $\dot{V}_{0d} = 0.037[m/s^2]$ とす る.また,積載物を滑らさずに誘導制御を安定に行うた めの値である  $\epsilon$  は 0.1 とした.加速度制限をかけた場合 にはt = 14.4[s],加速度制限をかけない場合はt = 7.1[s]で停止のための加速度 $\dot{V}_{0d} = -0.05[m/s^2]$ に切り替わる. これは,加速度制限をかける実験では2つのカーブを走 行し,加速度制限をかけない場合では1つのカーブを走 行し停止することになる.加速度制限をかけない場合に2 つ目のカーブを走行しない理由は,加速度一定で加速し 続けるため,車輪に掛かる電圧が規定の範囲を超えてし まうためである.

以上のような条件で実験を行い,加速度制限の有効性 を調べた.





Fig. 5: Acceleration (Not Fig. 6: Velocity (Not Lim-Limited) ited)







Fig. 7: Acceleration (Limited)





Fig. 9:  $6.0[s] \sim 8.5[s]$  of Fig. 10:  $11.0[s] \sim 13.5[s]$  of Fig.7 Fig.7

#### 4.3 結果と考察

まず,加速度制限を行わなかった場合の走行結果について考察する.Fig5,Fig6,Fig11は加速度制限を行わなかった場合の走行結果で,それぞれ最大加速度 $\dot{V}_{0d}^+(t)$ と加速度指令値 $\tilde{V}_{0d}^+(t)$ のグラフ,実際の速度 $V_0(t)$ と誘導制御出力速度 $\tilde{V}_{0d}^+(t)$ のグラフ,積載物の様子を移動ロボットに固定したカメラで撮影したものである.Fig.5を見ると,Slipと矢印のついたt = 7.05[s]で加速度指令値 $\tilde{V}_{0d}^+(t)$ は積載物が滑らない最大の加速度 $V_{0d}^+(t)$ を超えている.そのため,加速度制限を行わない場合には,t = 7.05[s]に積載物は滑り始める.Fig11からも実際に積載物の滑り移動の様子がわかる.積載物が滑り出す時間もt = 7[s]からt = 7.1[s]の間で,Fig.5のデータとほぼ一致している.また,積載物が滑って搬送台から落ちてしまい,急ブレーキか積載物を拾わないと移動ロボットが積載物を轢いてしまうため,危険であることは明らかである.

次に,加速度制限を行った場合の走行結果について考察する.Fig7,Fig8,Fig9,Fig10,Fig12は加速度制限 を行った場合の走行結果で,それぞれ最大加速度 $\dot{V}_{0d}^+(t)$ 



Fig. 11: Carrying object Fig. 12: Carrying object (Not Limited) (Limited)

と加速度指令値  $\dot{\tilde{V}}_{0d}^{+}(t)$ のグラフ,実際の速度  $V_0(t)$ と誘 導制御出力速度  $\tilde{V}_{0d}^{+}(t)$ のグラフ,Fig7の  $6.0[s] \sim 8.5[s]$ , および 11.0[s] ~ 13.5[s] の部分を拡大したもの,積載物の 様子を移動ロボットに固定したカメラで撮影したもので ある.Fig.7,Fig.9,Fig.10を見ると,t = 6.99[s]から t = 7.56[s]の間とt = 11.91[s]からt = 12.45[s]の間で加 速度制限が働いている.その間は最大加速度  $\dot{V}_{0d}^{+}(t)$ の減 少と共に加速度指令値  $\dot{\tilde{V}}_{0d}^{+}(t)$ も最大加速度  $\dot{V}_{0d}^{+}(t)$ を超え ないように下がっている.また,Fig.9,Fig.10から,加 速度制限が働いているときに加速度指令値  $\dot{\tilde{V}}_{0d}^{+}(t)$ が最大 加速度  $\dot{V}_{0d}^{+}(t)$ よりも常に $\epsilon$ だけ小さい値であることがわ かる.これは,加速度制限が働いている間は $\epsilon$ を考慮し た上で最速であるといえる.さらに,加速度制限が働い ているときには加速度指令値  $\dot{\tilde{V}}_{0d}^{+}(t)$ が負の値になるため, その間は速度が落ちていることが Fig8 より確認できる.

加速度制限を行わなかった場合と違い,加速度制限を行った場合には,加速度指令値 $\hat{V}_{0d}^+(t)$ が最大加速度 $\hat{V}_{0d}^+(t)$ を超えないため,積載物は滑らない.Fig12からも実際に移動ロボットが積載物を滑らせず,安全に走行できていることがわかる.

## 5. 結言

実機での走行実験により,加速度制限つき最速誘導制 御法の有効性を確認した.今後は,様々な軌道で走行を し,更なる有効性を示す必要があると考える.

#### 参考文献

- [1] 川崎晴久, "ロボット工学の基礎"
- [2] 矢崎靖啓, "PWS 型移動ロボットの加速度制限つき最 速誘導制御", 平成 17 年度修士論文
- [3] 竹内元哉, "積載物の滑りを考慮した移動ロボットの モデリングと走行", 平成 15 年度修士論文