

閉ループ特性に着目した強安定予測制御系

岡崎 聡*・西崎 純基**・矢納 陽*
見浪 護*・鄧 明聡***

Strongly Stable Generalized Predictive Control Focused on Closed-loop Characteristics

Satoshi OKAZAKI*, Junki NISHIZAKI**, Akira YANOUE*,
Mamoru MINAMI* and Mingcong DENG***

This paper proposes a design method of strongly stable generalized predictive control (GPC) focused on closed-loop characteristics. GPC can be extended by coprime factorization, and the extended controller can be designed to be stable by selecting newly introduced parameter. That is, strongly stable system, which means both the closed-loop system and its controller are stable, can be obtained. Although the authors have considered the design method of strongly stable system using coprime factorization, the steady state of output has not been considered when feedback loop was cut. In the case that the controlled plant is stable, the steady state output of strongly stable system is stable even if feedback loop is cut. But for safety, it is desirable that the steady state of output becomes as close to the steady state of closed-loop output as possible even if feedback loop was cut. Therefore this paper explores a design method of strongly stable GPC focused on closed-loop characteristics by algebraic calculation of newly introduced parameter in the extended GPC. The proposed method has the feature that the steady state of output becomes the same as the steady state of closed-loop output even if feedback loop is cut.

Key Words: generalized predictive control, strongly stable, coprime factorization

1. はじめに

モデル予測制御はプロセス制御の新たな高度制御アルゴリズムとして、1970年代後半から80年代頭にかけて誕生した。その後石油化学産業中心に浸透し、プロセス制御の高度化・技術水準の向上に貢献している¹⁾。この手法は、プロセスのむだ時間が比較的長く、その大きさが曖昧で正確に把握できないという問題に対して、多段にわたった予測値を用いて制御系を設計できる利点がある²⁾。また、Clarkeらによって発表された一般化予測制御法 (Generalized Predictive Control: GPC)^{3), 4)}では、数学モデルを用いて制御対象を記述し、有限区間に対して評価関数を最小化することで制御系を設計している。

これまでGPCに関する研究としては、適応制御を付加し、システムの動特性を推定することにより、より制御対象に近いモデルを逐次推定し、そのパラメータを元にコントローラ

を構築するものや^{5)~7)}、2自由度制御に関する研究で、目標値部分と出力部分に独立した制御器を組み合わせて、目標値へと追従させるものがある^{8)~12)}。これらの研究ではフィードバックループを含む制御系設計を行ない、その安定性や目標値応答特性を検討しているが、フィードバックループが切断された場合についての検討はなされていない。

また、著者らはこれまで既約分解表現を用いて制御則を拡張する手法^{13), 14)}を提案しているが、その際に導入する設計パラメータの選定法については、強安定化を図るだけで、フィードバックループが切断された際の定常特性については議論していなかった。具体的には、強安定系のフィードバックループが切断されたとしても、その出力は定常値に落ち着くが、目標値から大幅に偏差が生じる可能性については検討していなかった。これは液位や温度の上昇などを意味するため、安全性の面から問題であるといえる。

そこで本論文では既約分解表現によって拡張したGPCコントローラに対して、新しく導入されるパラメータを代数的に決定することで、強安定かつ定常特性を考慮した制御系を構成する手法を提案する。提案法はあらかじめ設計したGPCと同じ閉ループ特性をもつだけでなく、フィードバックループが切断された場合にも、前述のものと同じ定常特性を有する。

本論文の構成はつぎのとおりである。まず、2.で問題設定を行ない、3.で既約分解表現により拡張した提案手法につい

* 岡山大学工学部 岡山市北区津島中 3-1-1

*** 東京農工大学工学部 小金井市中町 2-24-16

* Faculty of Engineering, Okayama University, 3-1-1 Tsushima-Naka, Kita-ku, Okayama

*** Faculty of Engineering, Tokyo University of Agriculture and Technology, 2-24-16 Nakacho, Koganei

(Received February 24, 2011)

(Revised July 6, 2011)

て示す. 4. では数値例により提案法の有効性を示す. 最後に 5. で今後の課題を述べる.

記号 z^{-1} で時間遅れ $z^{-1}y(t) = y(t-1)$ を表わす. また, z^{-1} の多項式を $A[z^{-1}]$, 有理関数を $A(z^{-1})$ と書いて区別する.

2. 問題設定

以下の 1 入力 1 出力システムを考える.

$$A[z^{-1}]y(t) = z^{-k_m}B[z^{-1}]u(t) + C[z^{-1}]\xi(t) \quad (1)$$

ここで, $y(t)$ は出力, $u(t)$ は入力, $\xi(t)$ は外乱とする. また, $A[z^{-1}]$, $B[z^{-1}]$, $C[z^{-1}]$ はそれぞれ, n , m , l 次の多項式でつぎのように表わすものとする.

$$\begin{aligned} A[z^{-1}] &= 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_nz^{-n} \\ B[z^{-1}] &= b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_mz^{-m} \\ C[z^{-1}] &= 1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \dots + c_lz^{-l} \end{aligned}$$

ここで $A[z^{-1}]$ は安定多項式であるとする. つぎに制御対象の定常状態を考える. 出力の定常状態を y_∞ , 入力の定常状態を u_∞ とすると, 以下の関係が成り立つ.

$$A[z^{-1}]y_\infty = z^{-k_m}B[z^{-1}]u_\infty \quad (2)$$

つぎに, $\tilde{y}(t) = y(t) - y_\infty$, $\tilde{u}(t) = u(t) - u_\infty$ と定義し, 定常状態で出力が目標値 w に一致し, $y_\infty = w$ となるとうると, $\tilde{y}(t) = y(t) - w$ と表わすことができる. ここで $\xi(t) = 0$ と仮定し, (1) 式から (2) 式を減じることで以下の偏差系を得る.

$$A[z^{-1}]\tilde{y}(t) = z^{-k_m}B[z^{-1}]\tilde{u}(t) \quad (3)$$

本論文では, この偏差系に対し GPC を構成する. まず j ステップ先の予測式 $\hat{y}(t+j|t)$ を導出するため, $j = N_1 \dots N_2$ に対し以下の Diophantine 方程式を導入する.

$$C[z^{-1}] = A[z^{-1}]E_j[z^{-1}] + z^{-j}F_j[z^{-1}] \quad (4)$$

ここで $E_j[z^{-1}]$, $F_j[z^{-1}]$ はつぎのように与えられる.

$$\begin{aligned} E_j[z^{-1}] &= 1 + e_1z^{-1} + \dots + e_{j-1}z^{-(j-1)} \\ F_j[z^{-1}] &= f_0^j + f_1^jz^{-1} + \dots + f_{n-1}^jz^{-(n-1)} \end{aligned}$$

さらに $E_j[z^{-1}]B[z^{-1}]$ を以下に示すように分割する.

$$E_j[z^{-1}]B[z^{-1}] = C[z^{-1}]R_j[z^{-1}] + z^{-j}S_j[z^{-1}] \quad (5)$$

ただし

$$\begin{aligned} R_j[z^{-1}] &= r_0 + r_1z^{-1} + \dots + r_{j-1}z^{-(j-1)} \\ S_j[z^{-1}] &= S_0 + S_1^jz^{-1} + \dots + S_{n_3}^jz^{-n_3} \end{aligned}$$

ここで, $n_3 = \max\{m, l\}$ である. (3) 式の両辺に $z^jE_j[z^{-1}]$ を掛け, (4) 式を代入して整理すると

$$C[z^{-1}]\tilde{y}(t+j) = C[z^{-1}]R_j[z^{-1}]\tilde{u}(t+j-k_m)$$

$$+ \{F_j[z^{-1}]\tilde{y}(t) + S_j[z^{-1}]\tilde{u}(t-k_m)\}$$

ここで

$$C[z^{-1}]h_j(t) = F_j[z^{-1}]\tilde{y}(t) + S_j[z^{-1}]\tilde{u}(t-k_m) \quad (6)$$

とおき両辺を $C[z^{-1}]$ で割ると以下の式を得る.

$$\tilde{y}(t+j) = R_j[z^{-1}]\tilde{u}(t+j-k_m) + h_j(t) \quad (7)$$

また $\xi(t) = 0$ と仮定しているため, $\tilde{y}(t+j) = \hat{y}(t+j|t)$ と表わせる. つぎに評価関数を以下のように定義する.

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \{\tilde{y}(t+j)\}^2 + \lambda \sum_{j=1}^{N_u} \{\tilde{u}(t+j-1)\}^2 \quad (8)$$

ここで $[N_1, N_2]$ は予測ホライズン, $[1, N_u]$ は制御ホライズン, λ は制御入力の重み係数である. 以下では記述を簡単にするため $C[z^{-1}] = 1$, $N_1 = k_m = 1$ とする. また, 以下のベクトルを定義する.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}} &= \begin{bmatrix} \hat{y}(t+1|t) & \dots & \hat{y}(t+N_2|t) \end{bmatrix}^T \\ \tilde{\mathbf{u}} &= \begin{bmatrix} \tilde{u}(t) & \dots & \tilde{u}(t+N_2-1) \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{h} &= \begin{bmatrix} h_1(t) & \dots & h_{N_2}(t) \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{R} &= \begin{bmatrix} r_0 & 0 & \dots & 0 \\ r_1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ r_{N_2-1} & \dots & \dots & r_1 & r_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

これらのベクトルを用いて, 予測式はつぎのように表わされる.

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{R}\tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{h} \quad (10)$$

すると評価関数 (8) はつぎのように表わすことができる.

$$J = \hat{\mathbf{y}}^T \hat{\mathbf{y}} + \lambda \tilde{\mathbf{u}}^T \tilde{\mathbf{u}} \quad (11)$$

(11) 式を $\tilde{\mathbf{u}}$ で偏微分し, その値を 0 とおくことで以下の式を得る.

$$\tilde{\mathbf{u}} = -(\mathbf{R}^T \mathbf{R} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{R}^T \mathbf{h} \quad (12)$$

ここで \mathbf{I} は単位行列である. また (3) 式に対する制御入力 $\tilde{\mathbf{u}}$ の第 1 要素であるので

$$\begin{aligned} \tilde{u}(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{u}} \\ &= - \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} (\mathbf{R}^T \mathbf{R} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{R}^T \mathbf{h} \end{aligned} \quad (13)$$

ここで以下のベクトルを定義する.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & \dots & p_{N_2} \end{bmatrix} &= \\ - \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} & (\mathbf{R}^T \mathbf{R} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{R}^T \end{aligned} \quad (14)$$

さらに

$$\begin{aligned} F_p[z^{-1}] &= p_1 F_1[z^{-1}] + \dots + p_{N_2} F_{N_2}[z^{-1}] \\ S_p[z^{-1}] &= p_1 S_1[z^{-1}] + \dots + p_{N_2} S_{N_2}[z^{-1}] \end{aligned}$$

とすると以下の式を得る.

$$\tilde{u}(t) = -F_p[z^{-1}]\tilde{y}(t) - S_p[z^{-1}]\tilde{u}(t-1)$$

よって

$$(1 + z^{-1}S_p[z^{-1}])\tilde{u}(t) = -F_p[z^{-1}]\tilde{y}(t) \quad (15)$$

定常状態では $z^{-1} = 1$ とすると $A[1]y_\infty = B[1]u_\infty$ の関係が成立する. ここで $K = \frac{A[1]}{B[1]}$ とすれば

$$u_\infty = \frac{A[1]}{B[1]}y_\infty = Kw \quad (16)$$

となる. また $\tilde{u}(t) = u(t) - u_\infty$, $\tilde{y}(t) = y(t) - y_\infty$ と定義しているため, (15) 式はつぎのように表わされる.

$$\begin{aligned} (1 + z^{-1}S_p[z^{-1}])u(t) &= \\ \{F_p[z^{-1}] + (1 + z^{-1}S_p[z^{-1}])K\}w - F_p[z^{-1}]y(t) \end{aligned} \quad (17)$$

すなわち以下の制御則を得る.

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{F_p[z^{-1}] + (1 + z^{-1}S_p[z^{-1}])K}{1 + z^{-1}S_p[z^{-1}]}w \\ &\quad - \frac{F_p[z^{-1}]}{1 + z^{-1}S_p[z^{-1}]}y(t) \end{aligned} \quad (18)$$

つぎに閉ループ系の式を求めめるため, 以下の式を定義する.

$$D_p[z^{-1}] = A[z^{-1}]S_p[z^{-1}] + B[z^{-1}]F_p[z^{-1}] \quad (19)$$

$$T[z^{-1}] = A[z^{-1}] + z^{-1}D_p[z^{-1}] \quad (20)$$

(18) 式を (1) 式に代入し, (19), (20) 式を用いることで, 以下の閉ループ系の式を得る.

$$y(t) = \frac{z^{-1}B[z^{-1}](F_p[z^{-1}] + (1 + z^{-1}S_p[z^{-1}])K)}{T[z^{-1}]}w \quad (21)$$

ここで, 閉ループ特性多項式 $T[z^{-1}]$ が安定となるよう N_1, N_2, N_u, λ を設計すれば制御系を構成できる. しかし, $T[z^{-1}]$ を定めると, 制御則である (18) 式も一意に定まり, フィードバックループが切断された場合の定常特性に対する再設計の余地がない. そこで次節では既約分解表現を用いて (18) 式を拡張し, フィードバックループが切断されても (21) 式の目標値追従特性を保つコントローラ的设计法を提案する. なお, 本論文ではプラント出力を目標値に追従させるための制御則の (18) 式を得るために, (2) 式と (3) 式による制御対象の (1) 式に関する偏差系が必要であるが, 本章とは別ですすでに実装されている予測制御系に対して提案法の適用を考える場合は, (18) 式と (21) 式に相当する制御則と閉ループ特性が与えられれば, (2) 式と (3) 式は必要ではない.

3. 提案法

本論文では応用上のメリットがあると考え, 本章において既約分解表現をもち込み, 制御則の (18) 式を拡張する. 具体的には, 既約分解表現を通して 2. で設計された閉ループ特性を表わす (21) 式を維持しつつ, 本章でフィードバックループが切れた際の目標値への定常誤差を 0 にするように拡張されたコントローラを設計するが, すでに実装されている予測制御系に対しても, 本章の手法を適用できれば, その目標値追従特性はそのままに, 開ループ系の定常特性を設計できるようになる. すなわち, フィードバックループが切れた際の目標値への定常誤差を 0 にすることができる. このことは, 既約分解表現にもち込むことで, すでに実装されている制御系を利用できるといった, コスト削減につながる応用上のメリットがあるといえる. そこで本章では, 既約分解表現によって (18) 式を拡張し, 開ループ系の定常特性を設計する手法を示す.

3.1 既約分解表現によるコントローラの拡張

伝達関数の既約分解表現では, 以下の安定有理関数の族 RH_∞ を考える.

$$RH_\infty = \{G(z^{-1}) = \frac{G_n[z^{-1}]}{G_d[z^{-1}]}, G_d[z^{-1}]: \text{安定多項式}\}$$

まず制御対象の伝達関数を以下の既約分解で表わすものとする.

$$\begin{aligned} y(t) &= G(z^{-1})u(t) \\ &= N(z^{-1})D^{-1}(z^{-1})u(t) \end{aligned} \quad (22)$$

ここで, $N(z^{-1}), D(z^{-1})$ は RH_∞ に属するものとする. また $X(z^{-1}), Y(z^{-1})$ を以下の Bezout 等式の解とする.

$$X(z^{-1})N(z^{-1}) + Y(z^{-1})D(z^{-1}) = 1 \quad (23)$$

ただし

$$X(z^{-1}), Y(z^{-1}) \in RH_\infty$$

(22), (23) 式よりすべての安定化補償器は $U(z^{-1}), K(z^{-1}) \in RH_\infty$ として以下の形で与えられる¹⁵⁾.

$$u(t) = C_1(z^{-1})w - C_2(z^{-1})y(t) \quad (24)$$

$$C_1(z^{-1}) = (Y(z^{-1}) - U(z^{-1})N(z^{-1}))^{-1}K(z^{-1}) \quad (25)$$

$$\begin{aligned} C_2(z^{-1}) &= (Y(z^{-1}) - U(z^{-1})N(z^{-1}))^{-1} \\ &\quad \cdot (X(z^{-1}) + U(z^{-1})D(z^{-1})) \end{aligned} \quad (26)$$

ここで (18) 式によって得られる閉ループ系の (21) 式から, 制御対象の既約分解表現を以下のように与える.

$$N(z^{-1}) = \frac{z^{-1}B[z^{-1}]}{T[z^{-1}]}, D(z^{-1}) = \frac{A[z^{-1}]}{T[z^{-1}]}$$

また (18) 式と (24), (25), (26) 式を比較して, $X(z^{-1}), Y(z^{-1}), K(z^{-1}), U(z^{-1})$ をつぎのようにおく.

$$\begin{aligned} X(z^{-1}) &= F_p[z^{-1}] \\ Y(z^{-1}) &= 1 + z^{-1}S_p[z^{-1}] \\ K(z^{-1}) &= F_p[z^{-1}] + (1 + z^{-1}S_p[z^{-1}])K \\ U(z^{-1}) &= 0 \end{aligned}$$

これらを Bezout 等式に代入すると

$$\begin{aligned} &X(z^{-1})N(z^{-1}) + Y(z^{-1})D(z^{-1}) \\ &= F_p[z^{-1}] \frac{z^{-1}B[z^{-1}]}{T[z^{-1}]} + (1 + z^{-1}S_p[z^{-1}]) \frac{A[z^{-1}]}{T[z^{-1}]} \\ &= \frac{A[z^{-1}] + z^{-1}D_p[z^{-1}]}{T[z^{-1}]} \\ &= \frac{T[z^{-1}]}{T[z^{-1}]} = 1 \end{aligned}$$

すなわち、上式の $X(z^{-1})$ と $Y(z^{-1})$ は Bezout 等式の解となっている。すなわち、(18) 式はつぎのように既約分解表現できる。

$$u(t) = Y^{-1}(z^{-1})K(z^{-1})w - Y^{-1}(z^{-1})X(z^{-1})y(t) \quad (27)$$

ここで新たに $U(z^{-1}) \neq 0$ を設計パラメータとすれば、(18) 式のコントローラを拡張することができる。また、閉ループ系は (22) 式より

$$\begin{aligned} y(t) &= N(z^{-1})D^{-1}(z^{-1})u(t) \\ &= N(z^{-1})D^{-1}(z^{-1}) \cdot (Y^{-1}(z^{-1})K(z^{-1})w \\ &\quad - Y^{-1}(z^{-1})X(z^{-1})y(t)) \end{aligned} \quad (28)$$

$y(t)$ について整理すると

$$\begin{aligned} (X(z^{-1})N(z^{-1}) + Y(z^{-1})D(z^{-1}))y(t) \\ = N(z^{-1})K(z^{-1})w \end{aligned}$$

Bezout 等式より

$$y(t) = N(z^{-1})K(z^{-1})w \quad (29)$$

となり、これは閉ループ系の (21) 式と一致する。なお、 $U(z^{-1}) \neq 0$ とした場合についても簡単な計算によって (29) 式が成立する。

3.2 $U(z^{-1})$ の設計

本節では、フィードバックループが切断されたとしても、定常状態が (21) 式と同じ特性をもつようなパラメータ $U(z^{-1})$ を決定する。(24) 式においてフィードバック信号が切断された状態を $y(t) = 0$ であると定義すると

$$u(t) = (Y(z^{-1}) - U(z^{-1})N(z^{-1}))^{-1}K(z^{-1})w \quad (30)$$

これを (22) 式に代入して整理すると、以下の関係を得る。

$$\begin{aligned} D(z^{-1})(Y(z^{-1}) - U(z^{-1})N(z^{-1}))y(t) \\ = N(z^{-1})K(z^{-1})w \end{aligned} \quad (31)$$

ここで

$$D(z^{-1})(Y(z^{-1}) - U(z^{-1})N(z^{-1})) = 1 \quad (32)$$

となるようなパラメータ $U(z^{-1})$ を決定すれば、(29) 式が成立する。 $Y(z^{-1})$ は Bezout 等式 (23) の解であるので

$$Y(z^{-1})D(z^{-1}) = 1 - X(z^{-1})N(z^{-1})$$

これを (32) 式に代入するとつぎの関係を得る。

$$(X(z^{-1}) + U(z^{-1})D(z^{-1}))N(z^{-1}) = 0$$

上式より本論文では (29) 式の定常状態を考え、以下のように $U(z^{-1}) = U(1)$ を決定する手法を提案する。

$$U(1) = -D(1)^{-1}X(1) \quad (33)$$

上式は、2. で得られた制御則の (18) 式を既約分解表現によって拡張することで得られた新しい設計パラメータであり、このパラメータによって得られる新しい制御則、すなわち (24), (25), (26) 式に $X(z^{-1})$, $Y(z^{-1})$, $N(z^{-1})$, $D(z^{-1})$, $K(z^{-1})$, $U(z^{-1})$ を代入して得られる制御則は (21) 式の閉ループ伝達関数に影響を与えない。具体的にはこの $U(1)$ を用いることによって、フィードバックが切断された場合においても、強安定系が構成されていれば、定常状態では以下の関係を得る。(31) 式より

$$\begin{aligned} y(t) &= (Y(1) - U(1)N(1))^{-1}D^{-1}(1)N(1)K(1)w \\ &= (Y(1)D(1) - U(1)D(1)N(1))^{-1}N(1)K(1)w \\ &= (1 - X(1)N(1) - U(1)D(1)N(1))^{-1}N(1)K(1)w \\ &= \{1 - (X(1) + U(1)D(1))N(1)\}^{-1}N(1)K(1)w \\ &= \{1 - (X(1) - D^{-1}(1)X(1)D(1))N(1)\}^{-1} \\ &\quad \cdot N(1)K(1)w \\ &= N(1)K(1)w \end{aligned} \quad (34)$$

すなわち $N(1)K(1)$ は閉ループ系の定常ゲインであるので、2. の制御系設計によって閉ループ系が安定に設計されていれば $N(1)K(1) = 1$ となるため $y(t) = w$ が成立し、(21) 式と同じ定常特性を有する。

4. 数 値 例

本章では提案法の有効性をシミュレーションを用いて示す。まず制御対象とする水位プロセスについて示す。水位プロセスは、Photo. 1 のような概観をしており、Fig. 1 のような二重タンク構造となっている。外側のタンクを Tank1、内側のタンクを Tank2 と呼び、Tank1 の高さは 0.8 m、Tank2 の高さは 0.6 m である。また、タンク上部に流入部があり、下部に流出部がある。以下本研究では Tank1 の入出力関係についてのみ扱うことを考える。ここで、入力 u m³/s で Tank1 に流入する水の量を表わしており、出力 y m は Tank1 の水位を表わしている。また基準となる水位を平衡点である 0.4 m としている。



Photo. 1 Process experimental system

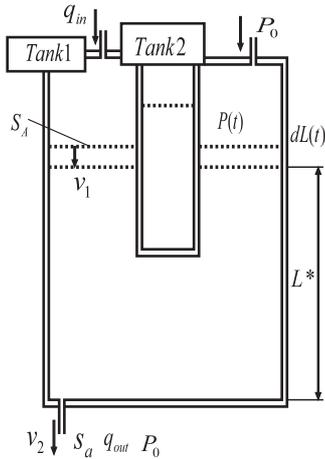


Fig. 1 Process experimental system

Table 1 Parameters of water level process

v_1	: Downward velocity of the liquid surface	$[m/s]$
v_2	: Velocity from the opening	$[m/s]$
P_0	: Atmospheric pressure	$[N/m^2]$
$P(t)$: Tank1's pressure	$[N/m^2]$
S_A	: Sectional area of Tank1	$[m^2]$
s_a	: Sectional area of the opening	$[m^2]$
ρ	: The density of the liquid	$[kg/m^3]$
g	: Gravitational acceleration	$[m/s^2]$

4.1 プロセスモデル

まず Table 1 に示すパラメータから, Tank1 の水位を $L(t)$ とするとベルヌーイの定理, 連続の式よりつぎの式が成立する.

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P(t)}{\rho g} + L(t) = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_0}{\rho g} \quad (35)$$

$$S_A v_1 = s_a v_2 \quad (36)$$

$s_a/S_A \ll 1$ とすると $(s_a/S_A)^2 \simeq 0$ となるので, (35), (36) 式から以下の式を得る.

$$v_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho}(P(t) - P_0) + 2gL(t)} \quad (37)$$

ここで流出水 $q_{out} \text{ m}^3/\text{s}$ は以下で表わせる.

$$q_{out} = s_a v_2 \quad (38)$$

さらに, 流入水を $q_{in} \text{ m}^3/\text{s}$ とすると, 水位 $L(t)$ は $S_A \dot{L}(t) =$

Table 2 Design parameters of GPC

Prediction horizon	$N_1=1, N_2=2$
Control horizon	$N_u=2$
Control weight	$\lambda=8500$

$q_{in} - q_{out}$ と表わせるので

$$\dot{L}(t) = \frac{1}{S_A} q_{in} - \frac{s_a}{S_A} \sqrt{\frac{2}{\rho}(P(t) - P_0) + 2gL(t)} \quad (39)$$

管内圧力が大気圧と等しくなるように入力圧力を調節することで, 以下のモデルを得る.

$$\dot{L}(t) = \frac{1}{S_A} q_{in} - \frac{s_a}{S_A} \sqrt{2gL(t)} \quad (40)$$

さらに, 平衡点 $L^* = 0.4 \text{ m}$ において Taylor 級数の 1 次展開で線形近似し, サンプリング周期 1 秒で離散化すると次式を得る.

$$A[z^{-1}] = 1 - 0.998775z^{-1} \quad (41)$$

$$B[z^{-1}] = 14.4, C[z^{-1}] = 1 \quad (42)$$

$$k_m = 1 \quad (43)$$

4.2 制御系設計

本節では, (41), (42), (43) 式から実際に制御系設計を行う手順を示し, (18) 式と提案法それぞれの場合についてフィードバックループが切れた際の定常状態について示す. なお, GPC の設計パラメータは Table 2 で与えるものとする.

まず従来法の場合, (4), (5) 式の Diophantine 方程式を解いて得られるコントローラの係数 $F_p[z^{-1}]$, $S_p[z^{-1}]$ は以下のように計算できる.

$$F_p[z^{-1}] = 3.1863 \times 10^{-3} \quad (44)$$

$$S_p[z^{-1}] = 0 \quad (45)$$

また, 閉ループ系の (21) 式を得るため, $D_p[z^{-1}]$, $T[z^{-1}]$ はそれぞれつぎに示すものとなる.

$$D_p[z^{-1}] = 4.5883 \times 10^{-2} \quad (46)$$

$$T[z^{-1}] = 1 - 0.95289z^{-1} \quad (47)$$

以上から, 制御則の (18) 式と閉ループ系の (21) 式は, それぞれつぎに示す式で表わされる. なお, (49) 式は定常ゲインが 1 に設計されている.

$$u(t) = 3.2714 \times 10^{-3} w - 3.1863 \times 10^{-3} y(t) \quad (48)$$

$$y(t) = \frac{4.7108 \times 10^{-2} z^{-1}}{1 - 0.95289z^{-1}} w \quad (49)$$

つぎに, フィードバックループが切断されたとすると (48) 式は

$$u(t) = 3.2714 \times 10^{-3} w \quad (50)$$

これを (1) 式に代入すると

$$y(t) = \frac{14.4z^{-1}}{1 - 0.998775z^{-1}} \cdot 3.2714 \times 10^{-3} w \quad (51)$$

これより、プラント出力の定常状態はつぎのように表わされる。

$$y(t) = 38.4555w \quad (52)$$

したがって、フィードバックループが切れた場合、本来の目標値に追従しないことがわかる。

つぎに提案法の場合を示す。まず、(44), (45), (48) 式から $X(z^{-1})$, $Y(z^{-1})$, $K(z^{-1})$ はつぎのように与えられる。

$$X(z^{-1}) = 3.1863 \times 10^{-3}$$

$$Y(z^{-1}) = 1$$

$$K(z^{-1}) = 3.2714 \times 10^{-3}$$

さらに、 $D(1) = A[1]/T[1] = 2.6004 \times 10^{-2}$ を用いて、(33) 式が $U(1) = -D^{-1}(1)X(1) = -0.12253$ として計算できるので、提案法の制御則は (24) 式から

$$u(t) = \frac{3.2714 \times 10^{-3} - 3.1173 \times 10^{-3} z^{-1}}{1 + 0.81156 z^{-1}} w - \frac{-0.11935 + 0.11935 z^{-1}}{1 + 0.81156 z^{-1}} y(t) \quad (53)$$

またこのとき、提案法による閉ループ伝達関数は (49) 式と一致している。つぎに、フィードバックループが切断されたとすると、(53) 式は

$$u(t) = \frac{3.2714 \times 10^{-3} - 3.1173 \times 10^{-3} z^{-1}}{1 + 0.81156 z^{-1}} w \quad (54)$$

よって、(1) 式に代入するとつぎのようになる。

$$y(t) = \frac{14.4 z^{-1}}{1 - 0.998775 z^{-1}} \cdot \frac{3.2714 \times 10^{-3} - 3.1173 \times 10^{-3} z^{-1}}{1 + 0.81156 z^{-1}} w \quad (55)$$

これより、プラント出力の定常状態は以下のようにになる。

$$y(t) = \frac{14.40}{1 - 0.998775} \frac{3.2714 \times 10^{-3} - 3.1173 \times 10^{-3}}{1 + 0.81156} w = w \quad (56)$$

これは、フィードバックループが切断されたとしても、提案法の場合は定常状態においてプラント出力が目標値に一致することを意味している。次節では制御対象のモデル式 (41), (42), (43) に対して 2. の手法によって得られるコントローラ式 (48) と提案法によって得られた (53) 式に基づき数値例を示す。

4.3 シミュレーション結果

(41), (42), (43) 式で表わされる制御対象に対して数値例を示す。まず GPC の設計パラメータは Table 2 のように与えた。なお目標値は以下ではすべて 0.1 m である。Fig. 2 および Fig. 3 は (18) 式による制御入力とその出力を表わし、Fig. 4, 5 は (18) 式を拡張し、 $U(1) = -D^{-1}(1)X(1) = -0.12253$ とした提案法による制御入力と出力を表わしている。またコントローラの極の絶対値は (18) 式の場合、特性方程式は定数となるため安定である。一方、提案法の極の絶対値は 0.8116 となり、いずれのコントローラも安定である。また、閉ル

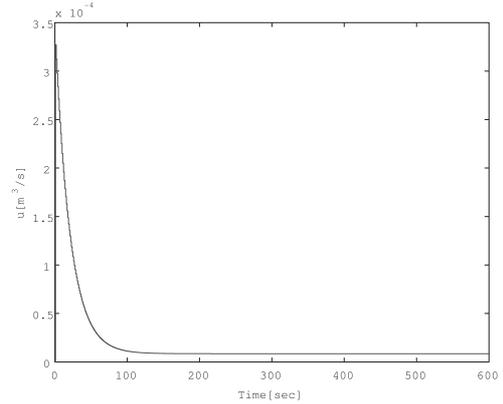


Fig. 2 Control input by (18)

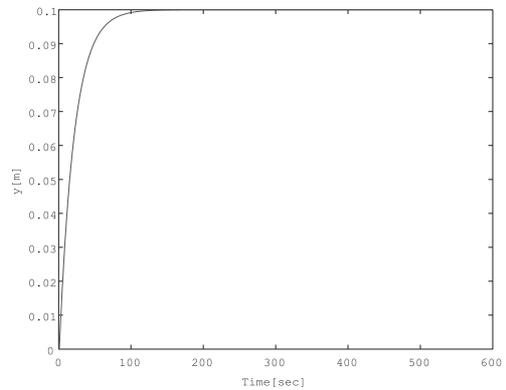


Fig. 3 Output by (18)

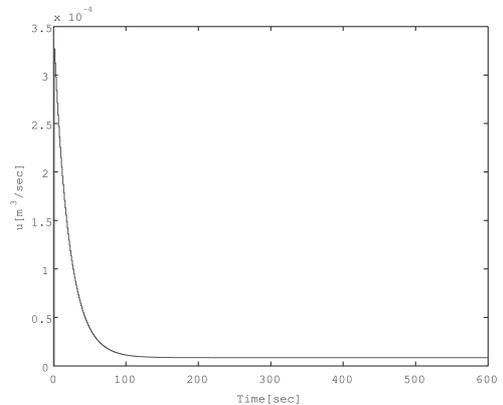


Fig. 4 Control input by the proposed method

プ極の絶対値は両手法とも 0.9529 に設計され安定である。さらに各図から両手法の応答が一致していることを確認できる。つぎに、フィードバックループが切断されたときの数値例を示す。数値例では 5000 ステップ目でフィードバックループが切断されたとし、Fig. 6~9 は (18) 式による手法の結果を示し、Fig. 10~13 は提案法による結果を示す。また、Fig. 6, Fig. 7 および Fig. 10, Fig. 11 はそれぞれの制御則におけるフィードフォワード量 u_1 ((24) 式右辺第 1 項) とフィードバック量 u_2 ((24) 式右辺第 2 項) を示している。Fig. 8, Fig. 9 および Fig. 12, Fig. 13 は、各手法の制御入力と出力を示してい

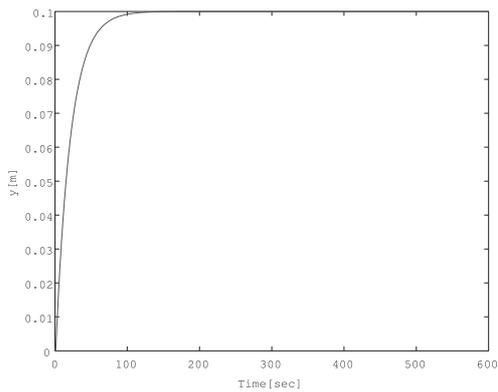


Fig. 5 Output by the proposed method

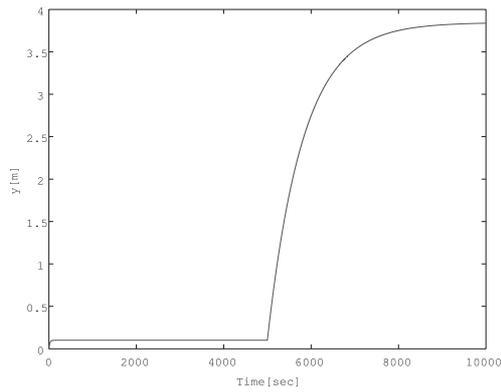


Fig. 9 Output by (18)

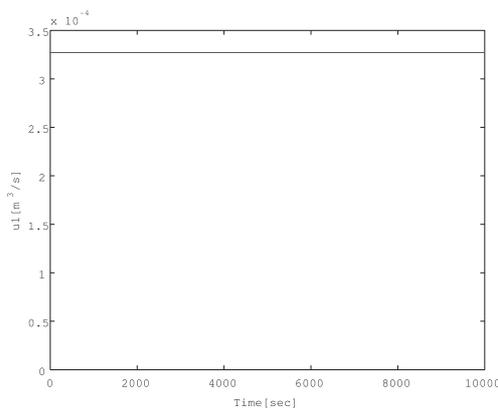


Fig. 6 u_1 by (18)

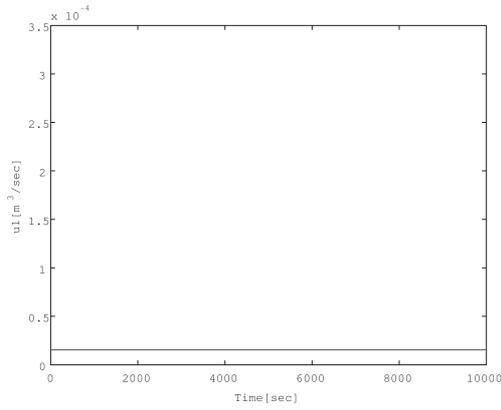


Fig. 10 u_1 by the the proposed method

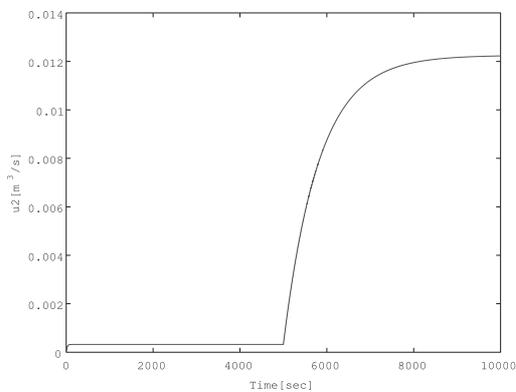


Fig. 7 u_2 by (18)

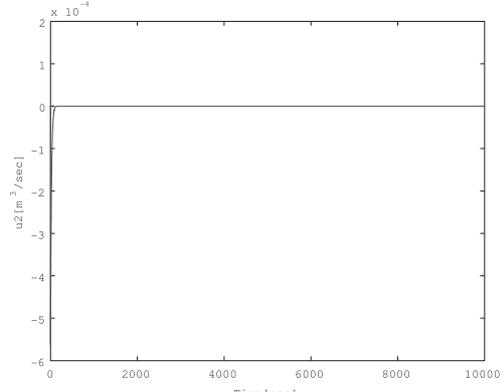


Fig. 11 u_2 by the proposed method

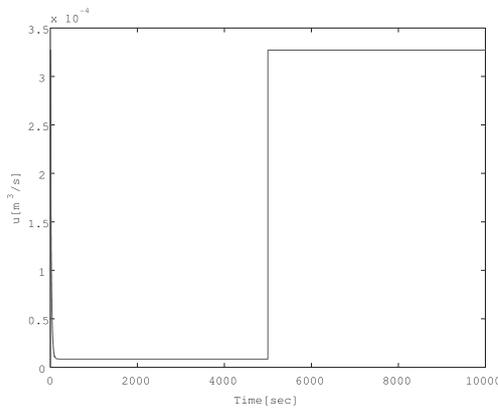


Fig. 8 Control input by (18)

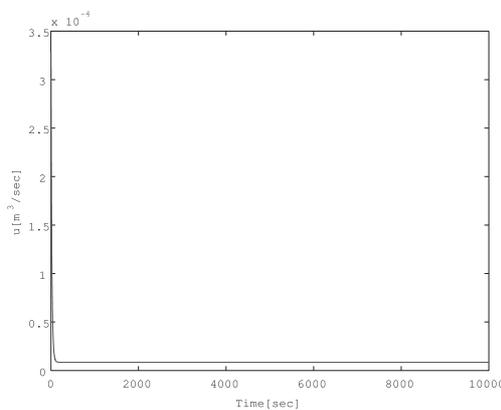


Fig. 12 Control input by the proposed method

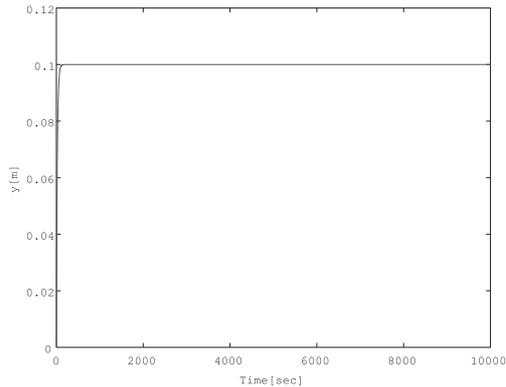


Fig. 13 Output by the proposed method

る。各コントローラとも安定に設計されているので、フィードバックループが切断されても安定であるが、(18)式による応答では定常値が大幅に上昇している。一方、提案法ではフィードバックループが切断されてもその定常値は一定である。このことは、本論文で扱う制御対象を考えた場合、(18)式による手法ではフィードバックが切断されると液あふれを起こすが、提案法ではそれが起こらないことを意味し、本手法の有効性を示している。なお、本論文では提案手法による制御系が強安定系となるよう、Table 2 に示す入力のリズムを予測ホライズン、制御ホライズンに比べて大きくとっている。これは、2. で与えられた制御系もしくは実装されている制御系のコントローラを既約分解表現によって拡張し、(33)式に従って $U(z^{-1})$ を決めても、拡張されたコントローラが安定とならず、強安定系を構成できない場合があることを意味している。すなわち本論文の手法は、強安定な条件下における設計パラメータの選定法を新たに提案しているが、現在のところ強安定系と開ループ系の定常特性を同時に設計できない場合があることに注意しなければならない。

5. おわりに

本論文では、閉ループ特性に着目した強安定予測制御系について、数値例を用いてその有効性を示した。本手法は通常の状態ではあらかじめ設計した GPC と同じ目標値応答特性を有し、フィードバックループが切断されるという事態に陥ったとしても、定常値を一定のままにとどめるという意味において、制御システムの安全性を維持できる。また、本論文の手法は 1 入力 1 出力線形時不変系に対して 2 次規範の評価関数をもとに制御則を導出し、これを既約分解表現することで得ているが、今後は、多入出力系への拡張を行なうとともに、入出力の制約条件を組み入れた手法を提案する見通しである。また 4.3 でも述べたように、本論文の手法は強安定系と閉ループ系の定常特性を同時に設計できない場合があるため、この点に対しても検討を行なう。

最後に、本論文に対して有益なコメントをいただきました査読者の皆様に、心から、謝意を表します。

参考文献

- 1) 飯野, 江上, 大嶋, 児島, 清水, 鈴木, 鷹羽, 中村, 増田, 山本, 久保: 予見・予測制御, 計測と制御, **39-5**, 311/320 (2000)
- 2) 増田士朗: 状態空間法による一般化予測制御系の設計法, 計測と制御, **39-5**, 326/330 (2000)
- 3) D.W. Clarke, C. Mohtadi and P.S. Tuffs: Generalized Predictive Control-Part I. The Basic Algorithm, Automatica, **23-2**, 137/148 (1987)
- 4) D.W. Clarke, C. Mohtadi and P.S. Tuffs: Generalized Predictive Control-Part II. Extensions and Interpretations, Automatica, **23-2**, 149/160 (1987)
- 5) 高尾, 山本, 雛元: Memory-Based 型システム同定による一般化予測制御系の一設計, 電気学会論文誌 C (電気・情報・システム部門誌), **125-3**, 442/449 (2005)
- 6) 佐藤, 武多, 井上: 既約分解表現を用いた一般化予測制御に基づくセルフチューニング I-P 制御器による火力発電所ボイラー制御, 電気学会論文誌 D (産業応用部門誌), **123-10**, 1132/1140 (2003)
- 7) 小林, 沖田: ニューラルネットワークを用いたウィナーシステムの同定と一般化予測制御, 電気学会論文誌 C (電子・情報・システム部門誌), **123-4**, 771/776 (2003)
- 8) 長縄, 愛田, 多日方: 2 自由度積分型コントローラのパラメトリゼーションに基づく一般化予測制御, 電気学会論文誌 C (電子・情報・システム部門誌), **118-4**, 457/464 (1998)
- 9) 高橋, 中内, 森: 2 自由度一般化最小分散制御, 計測自動制御学会論文誌, **34-6**, 510/515 (1998)
- 10) 野田, 矢野, 寺嶋: 追従物体の速度・加速度制約, 液面の振動抑制を考慮した移動物体への自動位置検出とトラッキング制御システム, **42-3**, 265/274 (2006)
- 11) 長縄, 大日方, 愛田: 双対パラメトリゼーションに基づくモデル予測制御系の設計, 電気学会論文誌 C (電気・情報・システム部門誌), **119-2**, 175/182 (1999)
- 12) 長縄, 小林, 愛田, 大日方: 最適一般化予測制御系の設計, 電気学会論文誌 D (産業応用部門誌), **119-10**, 1252/1258 (1999)
- 13) 井上, 矢納, 平嶋: 既約分解表現を用いた強安定セルフチューニングコントローラの構成, システム制御情報学会論文誌, **12-5**, 290/296 (1999)
- 14) A. Yanou, M. Deng, A. Inoue: A Design of a Strongly Stable Generalized Minimum Variance Control Using a Genetic Algorithm, Proc. of ICROS-SICE International Joint Conference 2009, 1300/1304 (2009)
- 15) M. Vidyasagar: Control System Synthesis, A Factorization Approach, MIT Press (1985)
- 16) 大松, 山本: セルフチューニングコントロール, 計測自動制御学会 (1996)
- 17) 西崎純基: 強安定予測制御系の一設計法, 岡山大学工学部システム工学科平成 22 年度卒業論文 (2011)

[著者紹介]

岡崎 聡



2003年岡山大学工学部システム工学科卒業。2006年岡山大学自然科学研究科機械システム工学専攻修了。同年ハリソン東芝ライティング株式会社入社。2007年岡山大学自然科学研究科産業創成工学専攻入学。現在に至る。

西崎 純基



2011年岡山大学工学部システム工学科卒業。同年岡山大学大学院機械システム工学専攻入学。現在に至る。強安定系の構成に関する研究に従事。

矢納 陽 (正会員)



1996年岡山大学工学部情報工学科卒業。98年岡山大学大学院工学研究科修士課程修了。2001年同大学大学院自然科学研究科博士課程修了。同大学大学院研究生を経て、2002年近畿大学工学部助手。2004年同講師を経て、2009年岡山大学大学院自然科学研究科助教。現在に至る。予測制御に関する研究に従事。博士(工学)。システム制御情報学会、日本機械学会などの会員。

見浪 護 (正会員)



1979年大阪府立大学工学部航空工学科卒業。81年大阪府立大学工学研究科航空工学専攻修士課程修了。93年金沢大学大学院自然科学研究科博士課程修了。博士(工学)。94年福井大学工学部機械工学科助教授。2002年同学部知能システム工学科教授。2010年岡山大学大学院自然科学研究科教授。現在に至る。ロボットの力学、拘束運動、力制御、移動マニピュレータの制御、画像認識、ビジュアルサーボイングなどの研究に従事。日本機械学会、IEEEなどの会員。

鄧 明聡 (正会員)



1997年熊本大学大学院博士課程修了。同年熊本大学工学部助手。2000年イギリス Exeter 大学 Research Fellow。2001年 NTT コミュニケーション科学基礎研究所リサーチアソシエイト。2002年岡山大学工学部助手。2005年同助教授。2007年同准教授を経て、2010年東京農工大学教授。現在に至る。非線形システム制御、故障診断および半導体発電などの研究に従事。博士。現在、国際誌 International Journal of Advanced Mechatronic Systems の Chief Editor も務めている。