# 劣駆動型飛翔体の重心位置における特性変動実験

Experiment on Characteristics Fluctuation with Changing Center of Gravity of Underactuated Flying Object

○ 溝上 翔也 (岡山大) 平井 貴久 (岡山大) 正 矢納 陽 (岡山大) 正 見浪 護 (岡山大) 正 松野 隆幸 (岡山大)

Syouya MIZOKAMI, Okayama University, en421872@s.okayama-u.ac.jp Takahisa HIRAI, Okayama University, en422863@s.okayama-u.ac.jp Akira YANOU, Okayama University, yanou-a@cc.okayama-u.ac.jp Mamoru MINAMI, Okayama University, minami-m@cc.okayama-u.ac.jp Takayuki MATSUNO, Okayama University, matsuno@cc.okayama-u.ac.jp

Underactuated flying object of this research imitates a helicopter. The helicopter is applied in a large field from ability of flight such as vertical ascent, vertical descent and hovering. Especially manned helicopter is used for rescue, emergency activity and fire fighting at the time of disaster, and unmanned helicopter is precious sources of information in the danger spot where people cannot approach. However the helicopter is complex and a nonlinear system. Moreover, change of the center of gravity by collapse of cargo piles is considered as a cause of the plane crash in recent years. In this research, we examine the relation of the frequency response for pitch angle and the center of gravity of underactuated flying object in order to consider the stabilization method of the orientation.

Key Words: Underatuated flying object, Frequency response, Characteristics fluctuation

## 1 緒言

本研究ではヘリコプタを模擬した劣駆動型飛翔体を制御対象と して考え、その姿勢の安定化法について検討を続けている. 劣駆 動とは制御変数の数より制御入力の数のほうが少ないものであり, 少ない入力でより多くの制御変数を有するシステムを制御できる ようになれば軽量化や低コストなどのメリットがある. ヘリコプ タはホバリングや垂直上昇・降下などの優れた操作特性を持ち, 他の飛行機などでは飛行することのできない低速度域での飛行が 可能である.このような特異な性能があることから災害発生時の 救難救助,救急医療,消火活動や人が近づくことができない危険 区域では貴重な情報源になる.しかし、ヘリコプタは構造が複雑 であり、非線形性が強く、飛行中に風などの外乱を受けやすいた め姿勢を保つのが困難である.また,近年航空機の墜落事故の原 因として荷崩れによる重心位置の変化が考えられている. ヘリコ プタには主に2つの型がある.1つ目は、メインロータとアンチ トルクを発生させるためのテールロータからなるシングルロータ ヘリコプタである.テールロータが地上で人員や障害物と接触す る危険がある.2つ目は、2つのロータからなるツインロータへ リコプタである.本研究で取り上げるツインロータヘリコプタは サイドバイサイドロータ式というものでロータが胴体を挟んで並 列に配置されているものである. それぞれのロータが逆方向に回 転することでトルクの影響を打ち消している. 横揺れに対する操 縦安定性が高く、 テールロータに余分な出力を割く必要がないの で安全面でも有利である.

そこで本研究では劣駆動型飛翔体の重心位置とピッチ角に対す る周波数応答の関係を実験により調査する.

## 3 劣駆動型飛翔体のモデル化

制御対象は3自由度の劣駆動型飛翔体である (Fig.1). この章 では劣駆動型飛翔体のモデル化について述べる. 2.1 章では制御 対象である劣駆動型飛翔体について述べ, 2.2 章では劣駆動型飛 翔体のモデリングについて述べる.

## 2.1 劣駆動型飛翔体

左右のロータを回すためにモータを2つ、ロール角、ピッチ角、 ヨー角の角度を検出するためにエンコーダを3つ付けた2入力3



Fig.1 Underactuated flying object

出力のシステムである. ロータのトルクにとって飛翔体が回転しないようにするために左右のロータの回転方向は逆向きにする.

#### 2.2 劣駆動型飛翔体のモデリング

劣駆動型飛翔体の3つの運動方程式を以下に示す. ロール角方向

$$I_r \ddot{r} + D_r \dot{r} = \tau \tag{1}$$

ピッチ角方向

$$I_p \ddot{p} + D_p \dot{p} + mgL_q \sin p = L_m f_a \cos r \tag{2}$$

$$I_y \ddot{y} + D_y \dot{y} = L_m f_a \sin r \tag{3}$$

ここでr, p, y は各方向の角度 [rad], m は機体の重さ [kg], g は重力加速度 [m/s<sup>2</sup>],  $I_r$ ,  $I_p$ ,  $I_y$  は各方向の慣性モーメント [kgm<sup>2</sup>],  $D_r$ ,  $D_p$ ,  $D_y$  は各方向の粘性摩擦係数,  $L_m$  は軸から ロールリンクまでの距離 [m],  $L_g$  は軸から機体の重心までの距



Fig.2 Roll direction



Fig.3 Pitch direction



Fig.4 Yaw direction

離 [m] である.  $f_l \ge f_r$ の合力を  $f_a$ はロール角方向のモーメントである.

$$f_a = f_r + f_l \tag{4}$$

$$\tau = L_a(f_l - f_r) \tag{5}$$

ここで  $f_r$  と  $f_l$  は左右ロータの揚力 [N],  $L_a$  はロールリンクか らモータまでの腕の長さ [m] とする.

$$f_r = \omega_r^2 A = A(ku_r)^2 = Ak^2 u_1$$
(6)

$$f_l = \omega_l^2 A = A(ku_l)^2 = Ak^2 u_2$$
(7)

ここで $\omega_{r,l}$ は左右ロータの角速度 [rad/s], Aはロータの形状に 関する係数,  $u_{r,l}$ は左右モータの入力電圧 [V], kは電圧と角速 度に関する係数である. そして $\omega_r = ku_r, \omega_l = ku_l$ の関係が成 り立つものとする.

#### 2.2.1 揚力の導出

飛翔体はロータの揚力で位置/姿勢を制御する. ロータの揚力 はロータの角速度との間に関係式が成り立つ. ロータの微小面積 当たりの揚力は以下のように表せる.

$$F_n = \frac{1}{2}\rho V_R^2 S C_z \tag{8}$$

$$V_R = \omega r$$
 (9)

ここで  $F_n$  は微小面積当たりの揚力 [N],  $\rho$  は空気密度 [kg/m<sup>3</sup>],  $V_R$  は対気速度 [m/s], S はロータの表面積 [m<sup>2</sup>],  $C_z$  は揚力係数, r は軸からの距離 [m] である.

Fig.5 に示すように  $F_n$  は r の関数となる. 空気密度  $\rho$ , 対気 速度  $V_R$  は変数であり, ロータの表面積 S, 翼型及び翼の表面状



Fig.5 Forces which act on the face of rotor

態 ( $C_z$ に影響) は定数である. 微小面積当たりの揚力  $F_n$  の合力 がロータの全揚力  $F_N$  であるのでロータの全揚力  $F_N$  は (10) 式 のようになる.

$$F_N = 2 \int_0^R F_n dr$$
  
=  $\int_0^R \rho(r\omega)^2 SC_z dr$   
=  $\omega^2 S \int_0^R \rho r^2 C_z dr$   
=  $\omega^2 A$  (10)

ここで *R* はロータの半径 [m] であり,ロータの形状に関する係 数 *A* は (11) 式のようになる.

$$A = S \int_0^R \rho r^2 C_z dr \tag{11}$$

## 2.3 入力電圧

ハードウェアの仕様により以下のような入力電圧制限を設ける.

$$0[V] \le u_r \le 7[V]$$
(12)  
$$0[V] \le u_l \le 7[V]$$

## 3 制御系設計

## 3.1 PD 制御

自動制御方式の中でよく使われる制御方式の1つに PD 制御 がある. この PD とは,

P:Proportinal (比例) D:Differential (微分)

PD 制御のコントローラは以下のように表される.

操作量 =  $K_p \times$ 現在の偏差+  $K_d \times$ 前回偏差との差

これをプログラムで実現するには、現在と前回の偏差値が測定 できれば操作量を求めることができ実機を制御することができる.

#### 3.2 PD 制御系の設計

前章で述べたことを考慮して劣駆動型飛翔体の制御設計をする.2章で求めた運動方程式を制御するためにピッチ角とヨー角を目標値に追従させるための制御入力を与え、ロール角はそれを 達成する望ましいロール角を仮想的な目標値とする制御系を設計 する.

入力電圧とロータの角速度の関係から2章で述べた運動方程式 は(1),(2),(3)式の運動方程式に(4),(5),(6)式を代入すると以下 のように変形することができる.

$$I_r \ddot{r} + D_r \dot{r} = L_a A k^2 (u_2 - u_1)$$

$$I_{p}\ddot{p} + D_{p}\dot{p} + mgL_{g}\sin p = L_{m}Ak^{2}(u_{1} + u_{2})\cos r (13)$$
$$I_{y}\ddot{y} + D_{y}\dot{y} = L_{m}Ak^{2}(u_{1} + u_{2})\sin r$$

で表せる. ここで *u*<sub>1</sub> は *u*<sub>r</sub> の 2 乗, *u*<sub>2</sub> は *u*<sub>l</sub> の 2 乗である. 式 (14) の右辺の係数で両辺を割ると

$$a_{1}\ddot{r} + a_{2}\dot{r} = u_{2} - u_{1}$$

$$b_{1}\ddot{p} + b_{2}\dot{p} + b_{3}\sin p = (u_{1} + u_{2})\cos r \qquad (14)$$

$$c_{1}\ddot{y} + c_{2}\dot{y} = (u_{1} + u_{2})\sin r$$

で表せる。各パラメータを以下に示す。  

$$a_{1} = \frac{I_{r}}{L_{a}Ak^{2}} \qquad b_{1} = \frac{I_{p}}{L_{m}Ak^{2}}$$

$$a_{2} = \frac{D_{r}}{L_{a}Ak^{2}} \qquad b_{2} = \frac{D_{p}}{L_{m}Ak^{2}}$$

$$c_{1} = \frac{I_{y}}{L_{m}Ak^{2}} \qquad b_{3} = \frac{mgL_{g}}{L_{m}Ak^{2}}$$

$$c_{2} = \frac{D_{y}}{L_{m}Ak^{2}}$$

式 (14) から, ロール角, ピッチ角, ヨー角方向の運動に関する 式を定義する.

$$F_{r} = \frac{1}{a_{1}} \left\{ -a_{2}\dot{r} + (u_{2} - u_{1}) \right\}$$

$$F_{p} = \frac{1}{b_{1}} \left\{ -b_{2}\dot{p} - b_{3}\sin p + (u_{1} + u_{2})\cos r \right\} \quad (15)$$

$$F_{y} = \frac{1}{c_{1}} \left\{ -c_{2}\dot{y} + (u_{1} + u_{2})\sin r \right\}$$

さらに,理想的な制御入力  $F_p^*, F_y^*$  を考えると以下のようになる.

$$F_{p}^{*} = \frac{1}{b_{1}} \left( -b_{2} \dot{p} - b_{3} \sin p + z_{p} \cos r \right)$$
(16)

$$F_y^* = \frac{1}{c_1} \left( -c_2 \dot{y} + z_y \sin r \right)$$
(17)

ここで  $z_p \ge z_y$  は  $u_1 \ge u_2$  を置き換えたものである.式 (16) と式 (17) から,望ましいロール角の目標値を得る.

$$r^* = \tan^{-1} \left( \frac{c_1}{b_1} \frac{F_y^* + \frac{c_2}{c_1} \dot{y}}{F_p^* + \frac{b_2}{b_1} \dot{p} + \frac{b_3}{b_1} \sin p} \right)$$
(18)

望ましい制御入力  $F_p^*, F_y^*, F_r^*$ は PD 制御に適応すると以下のようになる.

$$F_p^* = -K_{P2}(p - p_d) - K_{D2}(\dot{p} - \dot{p_d})$$
(19)

$$F_y^* = -K_{P3}(y - y_d) - K_{D3}(\dot{y} - \dot{y_d})$$
(20)

$$F_r^* = -K_{P1}(r - r^*) - K_{D1}(\dot{r} - \dot{r}^*)$$
(21)

$$u_2 - u_1 = a_1 F_r^* + a_2 \dot{r} = z_1 \tag{22}$$

$$u_1 + u_2 = \frac{b_1 F_p^* + b_2 \dot{p} + b_3 \sin p}{\cos r} = z_2 \qquad (23)$$

式(22)と式(23)から、u1とu2を得る.

$$u_1 = \frac{z_2 - z_1}{2} \tag{24}$$

$$u_2 = \frac{z_1 + z_2}{2} \tag{25}$$

そして $u_1 = u_r^2$  と $u_2 = u_l^2$ の関係から、 $u_r$  と $u_l$ が得られる.

$$u_r = \sqrt{u_1} \tag{26}$$

$$u_l = \sqrt{u_2} \tag{27}$$

なお,逆回転はさせないので $u_r, u_l > 0$ のときのみ値をとり,  $u_r, u_l < 0$ のときは $u_r, u_l = 0$ とする.

## 4 実機実験

#### 4.1 周波数応答

周波数応答は、制御対象の入力に正弦波入力を与えると、同じ 角周波数 ω[rad/s] の定常的正弦波が出力される.このとき、振 幅や位相に変化が生じるので ω を変化させて制御対象の動特性 を把握する手法である.本研究では、目標軌道に正弦波を与え、 劣駆動型飛翔体の重心位置とピッチ角に対する周波数応答の関係 を実験により調査する.また、正弦波入力 P<sub>d</sub>、角周波数 ω を以 下に示す.

$$P_d = \frac{\pi}{2} + 0.1\sin(\omega t) \tag{28}$$

$$\omega = [0.03 \ 0.1 \ 0.3 \ 1.0 \ 3.0] \tag{29}$$

#### 4.2 重心位置

劣駆動型飛翔体のロール、ピッチ角の部分を取り外しひもで吊 り上げた時、水平に釣り合った場所が重心位置 $L_g$ である.ただ し、重心位置はピッチ角軸の中心を0[mm]とし、ロール角方向 側を正とした.本研究では、劣駆動型飛翔体の重りの位置を変更 し、重心位置を変化させた.5ヶ所の重心位置を測定し、重心位置 の変化に伴う特性変動実験を実施した.以下に重心位置を示す.

$$L_g = [-2.25 - 1.5 - 0.75 \ 0.0 \ 0.75] \ [mm] \ (30)$$



Fig.6 How to measure position of the center of gravity

#### 4.3 実験結果

2,3章に基づき PD 制御による実機実験を行った結果を示し (Fig.7)比較する.本研究では重心位置を5通り設定し,重心位 置が変化することによって制御性能がどのように変化するかを検 証する.ただし,定常状態は25[s]と定義し,重心位置はピッチ 角の初期値が同じ値をとれる範囲とした.制御対象のパラメータ を Table.1, PD 制御の各パラメータを Table.2,ピッチ角の初期 値と目標値を Table.3 に示す.ゲイン特性,位相特性を Fig.8 に 示す.

	Table 1Parameter of object					
$a_1$	=	15.9	$b_1$	=	43.7	
$a_2$	=	1.02	$b_2$	=	1.02	
$c_1$	=	24.7	$b_3$	=	36.1	
$c_2$	=	1.84				

 Table 2 Each parameter of PD control

	$\operatorname{Roll}(i=1)$	$\operatorname{Pitch}(i=2)$	$\operatorname{Yaw}(i=3)$	
$K_{Pi}$	5.0	20.0	38.0	
$K_{Di}$	2.5	5.0	5.5	

Table	3	Initial	and	target	value
-------	---	---------	-----	--------	-------

	Pitch directions
Initial signal[rad]	1.23
Reference signal[rad]	$\frac{\pi}{2} + 0.1 \sin(\omega t)$







**Fig.8** Comparison of center of gravity(Gain/Phase characteristic)

## 4.4 考察

実機実験により重心位置が変化することによってピッチ角の目 標値に追従する制御性能が変化することが確認できた. Fig.8 か ら本研究の実機において重心位置が前になるほど制御性能が悪く なるということがいえる.重心位置が前になると上昇するのが難 しくなるのでこの結果は妥当だと考えられる.

# 5 結言

本研究では2入力3出力の劣駆動型飛翔体の重心位置の変化 に伴う特性変動実験を行うために劣駆動型飛翔体のモデル化を 行い,PD制御を用いて制御設計した.そして劣駆動型飛翔体の ピッチ角方向についている重りの位置を変更し重心位置を変化さ せることによって実機実験を行い制御性能について比較しその結 果を示した.実機実験では周波数応答を用いて劣駆動型飛翔体の 制御性能を調べた.ゲイン特性,位相特性のグラフから重心位置 が前になるほど制御性能が悪くなるという結果が得られた.重心 位置が前になると上昇するのが難しくなるのでこの結果は妥当だ と考えられる.

#### References

- 吉川 浩平:2自由度 PID 制御を用いた劣駆動型飛翔体の位置/ 姿勢制御,岡山大学工学部システム工学科,平成23年度卒業論文, 2012.
- [2] 溝上 翔也: 劣駆動型飛翔体における2自由度PID 制御の周波数応 答,岡山大学工学部システム工学科,平成24年度卒業論文,2013.
- [3] K. Yoshikawa, A. Yanou and M.Minami : Position/Orientation Control of an Underactuated Flight Object Based on Two degree-of-Freedom PID Control, Proceeding of SICE Annual Conference, pp.1204-1209,2012
- [4] S. Mizokami, K. Yoshikawa, A. Yanou, M.Minami, T. Matsuno :Comparison of Frequency Responses with PID and Degree-of-Freedom PID Control for Underactuated Flying Object, Proceeding of SICE Annual Conference 2013
- [5] A. Isidori, L. Marconi, A. Serrani: Robust Nonlinear Motion Control of a Helicopter, Proc. of IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 48, No. 3, pp. 413-426, 2003.
- [6] J. C. Avila, B. Brogoliato, A, Dzul, R. Lozano: Nonlinear Modelling and Control of Helicopters, Automatica, vol. 39, No. 9, pp. 1583-1596, 2003.
- [7] A. Inoue, M. Deng, T. Harima, S. Nakao, and N. Ueki: Attitude control system design of a helicopter experimental system, Proc. of IEEE International Conference on Industrial echnology, pp. 1240-1245, HongKong, 2005.