セルフチューニング一般化予測制御則のアルミニウム板温度制御装置への適用
Application of Self-tuning Generalized Predictive Control to Temperature Control Experimental Device of Aluminum Plate

岡山大学　○ 細谷　直紀，岡本　庄平, 矢納　陽, 見浪　護, 松野　隆幸
Okayama Univ. Hosoya Naoki, Okamoto Syohei, Yanou Akira Minami Mamoru and Matsuno Takayuki

Abstract This paper considers an application of self-tuning generalized predictive control (ST GPC) to the model of temperature control experimental device of aluminum plate. Generalized predictive control (GPC) is popular control method used for a manufacturing industry about chemical plant. In our research, Two DOF GPC can achieve to design the output response for the aluminum plate model with modeling error or disturbance, and without them independently. Although, parameter such as thermal conductivity had been given as fixed parameter, the parameter is varied by surrounding environment like temperature. So the present study aims to explore the fittest controller through self-tuning generalized predictive control. This paper shows the results of simulations and experiments in order to verify the validity of the proposed controller.

1 緒言

制御系は，制御対象の特性に合わせて設計しなければならないため，一般に，設計時には制御対象の特性が既知，すなわち，制御対象を記述する数学モデル（伝達関数，状態方程式など）およびそれに含まれるパラメータが既知でなければならない．しかし，実際の制御対象を考えると，その特性が環境や動作条件に応じて変動したり，数学モデルでは記述できないような要素を含むことが多い．

これまでの研究では比熱等の物理的パラメータを既知のものとしてモデルを導出し，一般化予測制御系 (Generalized Predictive Control: GPC)[1] の 2 自由度構成を行うことで提案する手法の有効性を確認していた [2][4]．しかし実環境において，制御対象のモデルのパラメータは温度変化などにより変化する．そこで本研究では逐次型のパラメータ推定則を加え，制御則が逐次更新されるセルフチューニング一般化予測制御系 (Self-tuning Generalized Predictive Control system: STGPC system) を構成した．この制御則によって, 対象とするモデルのパラメータが変化した場合でも逐次推定を行うことで制御則を更新することが可能になる．また，得られた制御則をアルミニウム板温度実験制御装置に適用し，モデルに対するシミュレーション結果と実験装置で行った実験結果を報告する．

2 モデルの導出

Fig.1 に示す実験装置のモデルとして Fig.2 に示す 2 分割モデルを考える．Fig.2 の各部位 x_1, x_2 の温度に関

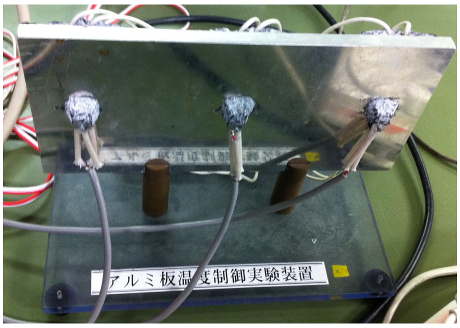

図 1: Aluminum Plate Temperature Control Experimental Device

する状態量を $i=1,2$ に対し次のように定義する．

$$x_i = T_i - T_0 \tag{1}$$

ここで，T_i は各部位の温度，T_0 は室温を表す．
次に熱伝導に関する以下の 3 つの法則を用い，モデル化を行う．

熱伝導に関するフーリエの法則：

$$q = -\lambda_f (d\theta/dn)$$

ここで q は熱流速 $[W/m^2]$，λ_f は熱伝導率 $[W/mK]$, $d\theta/dn$ は熱流の温度傾斜 $[K/m]$ を表す．

熱伝達とニュートンの冷却法則：

$$q = \alpha(\theta_s/\theta_f)$$

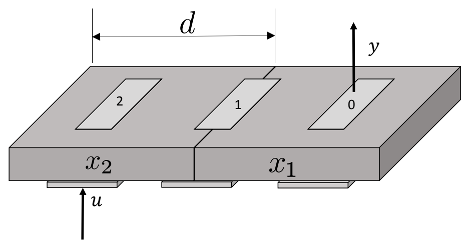

図 2: Aluminum Plate Model

ここで α は熱伝達率 $[W/m^2]$ を表す.

熱伝導に関する熱量と温度変化の関係：

$$dQ = mc \cdot d\theta$$

ここで dQ は熱量 $[J]$，c は比熱 $[J/kgK]$，m は質量 $[kg]$，$d\theta$ は温度変化 $[K]$ を表す．以上をもとに，Fig.2 の各部位の温度変化に関する式は次のように与えられる．

$$mc\frac{d(T_1 - T_0)}{dt} = -\left\{\alpha(T_1 - T_0)S_a + \lambda_f \frac{T_1 - T_2}{d}S_b\right\}$$
$$mc\frac{d(T_2 - T_0)}{dt} = -\left\{\alpha(T_2 - T_0)S_a + \lambda_f \frac{T_2 - T_1}{d}S_b\right\} + u$$

m，S_a はそれぞれ部位 x_1, x_2 の質量，外気との接触総表面積を表し，S_b，d は部位 x_1，x_2 の接触面積とそれぞれの部位の横幅を表す．また，アルミ板温度制御実験装置のパラメータを Table 1 に示す.

表 1: Aluminum Plate Model Parameters

Density of aluminum	:	$2700[kg/m^3]$
Specific heat of aluminum	:	$917[J/kgK]$
Heat transfer coefficient	:	$25[W/m^2k]$
Thermal conductivity	:	$238[W/mK]$
Width of plate	:	$250[mm]$
Thickness of plate	:	$10[mm]$
Length of plate	:	$120[mm]$
Output range of heater	:	$40[W]$

先に定義した状態量 (1) 式を利用し，制御対象のモデルに与える入力を u とおくと, 温度変化に関する式の状態空間表現は以下のように与えられる．

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \end{bmatrix} = \frac{1}{mc}\begin{bmatrix} -\left(\alpha S_a + \frac{\lambda_f S_b}{d}\right) & \frac{\lambda_f S_b}{d} \\ \frac{\lambda_f S_b}{d} & -\left(\alpha S_a + \frac{\lambda_f S_b}{d}\right) \end{bmatrix}$$
$$\cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{mc} \end{bmatrix} u$$

サンプリング時間を Δt とおき，

$$\frac{dx_i}{dt} \approx \frac{x_i(t+\Delta t) - x_i}{\Delta t}$$

のように近似できると仮定すれば，上式は次のように表すことが出来る.

$$\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t)$$
$$y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$$

ここで，$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) \end{bmatrix}^T$ である．$y(t)$ は部位 x_1 の周囲温度からの温度変化の値であり，制御対象の出力とする．また，上式における各係数は以下で与えられる.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\Delta t}{mc}\left(\alpha S_a + \frac{\lambda_f S_b}{d}\right) & \frac{\lambda_f S_b \Delta t}{d} \\ \frac{\lambda_f S_b \Delta t}{d} & 1 - \frac{\Delta t}{mc}\left(\alpha S_a + \frac{\lambda_f S_b}{d}\right) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\Delta t}{mc} \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

以上より，むだ時間を k_m とおくと，Fig.2 のモデルは以下の伝達関数で表される.

$$y(k) = \frac{z^{-km}B[z^{-1}]}{A[z^{-1}]}u(k) \tag{2}$$

ここで $A[z^{-1}]$，$B[z^{-1}]$ は $a = \frac{\alpha S_a \Delta t}{mc} - 1$，$b = \frac{2S_b\Delta t}{mc}$，$c = \left(\frac{\Delta t}{mc}\right)^2 \cdot \frac{S_b}{d}$ とおくと以下のように書ける.

$$A[z^{-1}] = 1 + (b\lambda_f + 2a)z^{-1} + (ab\lambda_f + a^2)z^{-2} \tag{3}$$
$$B[z^{-1}] = c\lambda_f \tag{4}$$
$$k_m = 2 \tag{5}$$

なお, 以下では. $a_1 = b\lambda_f + 2a$, $a_2 = ab\lambda_f + a^2$, $b_0 = c\lambda_f$ とおく.

3　コントローラの導出

まず制御対象の偏差系に対して予測式を求める．$y(k)$ が定常状態で目標値 r と一致した場合，入出力の定常値 u_∞，y_∞ の関係は次のように与えられる.

$$A[z^{-1}]y_\infty = z^{-k_m}B[z^{-1}]u_\infty \tag{6}$$

これら定常値からの偏差を $\tilde{y}(k) = y(k) - y_\infty$，$\tilde{u}(k) = u(k) - u_\infty$ と定義し，つぎの偏差系を考える.

$$A[z^{-1}]\tilde{y}(k) = z^{-k_m}B[z^{-1}]\tilde{u}(k) \tag{7}$$

(6) 式に対し，$j = 1, 2, \cdots, N_2$ に対して以下の Diophantine 方程式を用いることで予測式 $\hat{\tilde{y}}(k+j|t)$ を導出する．

$$1 = A[z^{-1}]E_j[z^{-1}] + z^{-j}F_j[z^{-1}] \tag{8}$$

$$E_j[z^{-1}]B[z^{-1}] = R_j[z^{-1}] + z^{-j}S_j[z^{-1}] \tag{9}$$

ここで $E_j[z^{-1}], F_j[z^{-1}], R_j[z^{-1}], S_j[z^{-1}]$ は以下の様に与えら，n, m は $A[z^{-1}], B[z^{-1}]$ の次数である．

$$\begin{aligned}
E_j[z^{-1}] &= e_0 + e_1 z^{-1} + e_2 z^{-2} + \cdots + e_{j-1} z^{-j+1} \\
F_j[z^{-1}] &= f_0 + f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2} + \cdots + f_n z^{-n} \\
R_j[z^{-1}] &= r_0 + r_1 z^{-1} + r_2 z^{-2} + \cdots + r_{j-1} z^{-j+1} \\
S_j[z^{-1}] &= s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} + \cdots + s_m z^{-m}
\end{aligned}$$

ここで，$R_j[z^{-1}]$ の各係数は以下の行列の要素を表す．

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix}
r_0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\
r_1 & r_0 & \ddots & & \vdots \\
\vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\
r_{N_2-1} & & \ddots & r_0 & 0 \\
r_{N_2-1} & r_{N_2-1} & \cdots & r_1 & r_0
\end{bmatrix}$$

このとき $\hat{\tilde{y}}(k+j|t)$ を時刻 k での偏差系 (7) 式の出力の予測値とおくと $j = 1, 2, \cdots, N_2$ に対して以下の予測式を与えることが出来る．

$$\hat{\tilde{\mathbf{Y}}} = \mathbf{R}\tilde{\mathbf{U}} + \mathbf{H} \tag{10}$$

ただし $\hat{\tilde{Y}} = [\hat{\tilde{y}}(k+1|k), \hat{\tilde{y}}(k+2|k), \cdots, \hat{\tilde{y}}(k+N_2|k)]^T$, $\tilde{U} = [\tilde{u}(k), \cdots, \tilde{u}(k+N_2-1)]^T, H = [h_1(k), \cdots, h_{N_2}(k)]^T$, $h_j(k) = F_j[z^{-1}]\tilde{y}(k) + z^{-km}S_j[z^{-1}]\tilde{u}(k)$ である．

また，$\tilde{y}(k+j) = \hat{\tilde{y}}(k+j|k)$ の下で (7) 式に対し以下の評価関数を考える．

$$\begin{aligned}
J &= \sum_{j=N_1}^{N_2} \tilde{y}^2(k+j) + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda \tilde{u}^2(k+j-1) \\
&= \left(\mathbf{R}\tilde{\mathbf{U}} + \mathbf{H}\right)^T \left(\mathbf{R}\tilde{\mathbf{U}} + \mathbf{H}\right) + \lambda \tilde{\mathbf{U}}^T \tilde{\mathbf{U}}
\end{aligned}$$

ここで $[N_1, N_2]$ は予測ホライズン，$[1, N_u]$ は制御ホライズン，λ は制御入力の重み係数である．なお, 本論文では $N_u = N_2$ とおく．J を $\tilde{U}$ について偏微分すると以下を得る．

$$\tilde{\mathbf{U}} = -(\mathbf{R}^T\mathbf{R} + \lambda\mathbf{I})^{-1}\mathbf{R}^T\mathbf{H} \tag{11}$$

(11) 式より，(2) 式に対する制御即は次式で与えられる．

$$u(k) = H_0[z^{-1}]r(k) - F_0[z^{-1}]y(k) \tag{12}$$

ただし,

$$H_0[z^{-1}] = \frac{F_p[z^{-1}] + (1 + z^{-k_m}S_p[z^{-1}])K}{1 + z^{-k_m}S_p[z^{-1}]}$$

$$F_0[z^{-1}] = \frac{F_p[z^{-1}]}{1 + z^{-k_m}S_p[z^{-1}]}, \; K = \frac{A[1]}{B[1]}$$

$$[p_{N_1}, \cdots, p_{N_2}] = [1, 0, \cdots, 0](\mathbf{R}^T\mathbf{R} + \lambda\mathbf{I})^{-1}\mathbf{R}^T$$

$$F_p[z^{-1}] = \sum_{j=N_1}^{N_2} p_j F_j[z^{-1}]$$

$$S_p[z^{-1}] = \sum_{j=N_1}^{N_2} p_j S_j[z^{-1}]$$

3.1 セルフチューニングコントローラの導出

(12) 式で得られた制御則は制御対象のモデルパラメータが既知であると考えている．そこで以下のパラメータ推定則を加えることによってセルフチューニングコントローラを構成する．

$$\mathbf{\Gamma_k} = \mathbf{\Gamma_{k-1}} - \frac{\mathbf{\Gamma_{k-1}}\varphi_\mathbf{k}\varphi_\mathbf{k}^\mathbf{T}\mathbf{\Gamma_{k-1}}}{\mathbf{1} + \varphi_\mathbf{k}^\mathbf{T}\mathbf{\Gamma_{k-1}}\varphi_\mathbf{k}} \tag{13}$$

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} - \frac{\mathbf{\Gamma_{k-1}}\varphi_\mathbf{k}}{(1 + \varphi_\mathbf{k}^\mathbf{T}\mathbf{\Gamma_{k-1}}\varphi_\mathbf{k})}(y_k - \hat{\theta}_{k-1}) \tag{14}$$

ただし,

$$\varphi_\mathbf{k} = \begin{bmatrix} -y_{k-1} & \cdots & -y_{k-n} & u_{k-k_m} & \cdots & u_{k-k_m-m} \end{bmatrix}^T$$

$$\hat{\theta}_\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \hat{a_1}(k) & \cdots & \hat{a_n}(k) & \hat{b_0}(k) & \cdots & \hat{b_m}(k) \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{\Gamma_0} = \alpha I, \alpha > 0$$

4 シミュレーション及び実験結果

サンプリング時間を $\Delta t = 20[s]$ とすると制御対象のモデルである (2) 式のパラメータは真値として次のように与えられる．

$$a_1 = -1.655, a_2 = 0.6696, b_0 = 0.00663 \tag{15}$$

また，コントローラの設計パラメータは $N_1 = 1, N_2 = N_u = 5, \lambda = 0.005$ のように選んだ．この時のシミュレーション結果を図 3 に示す．この図より設計されたコントローラによって目標値追従が達成されることを確認できる．

次にモデルのノミナル値としてパラメータ a_1, a_2, b_0 の真値を 0.8 倍したものを考え, これに対してセルフチュー

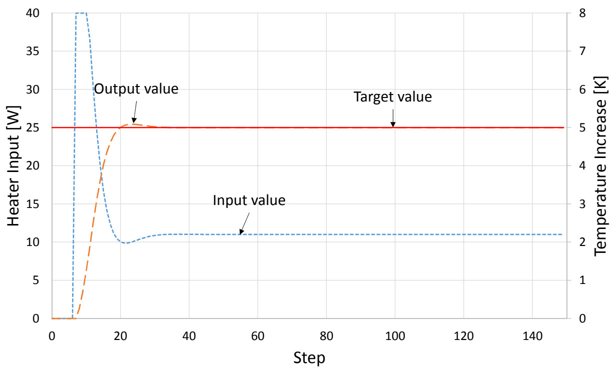

図 3: GPC Simulation Result

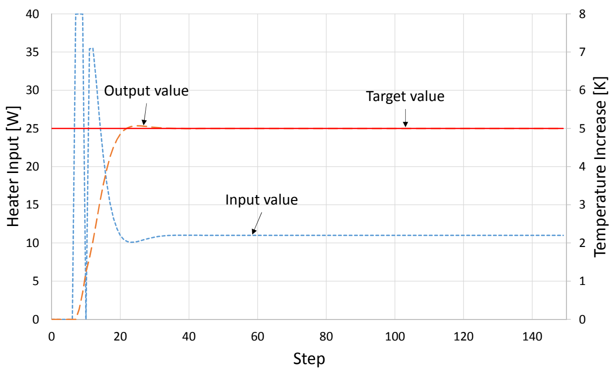

図 4: STGPC Simulation Result

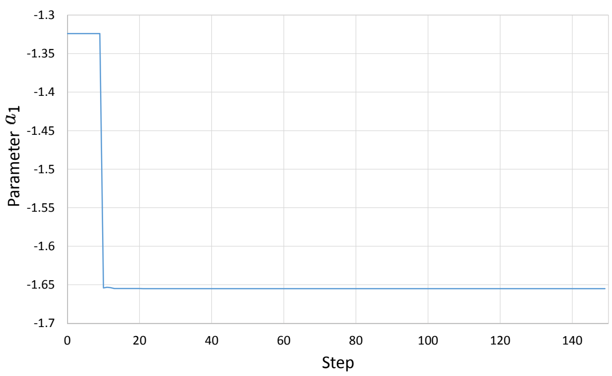

図 5: Identified Parameter a_1

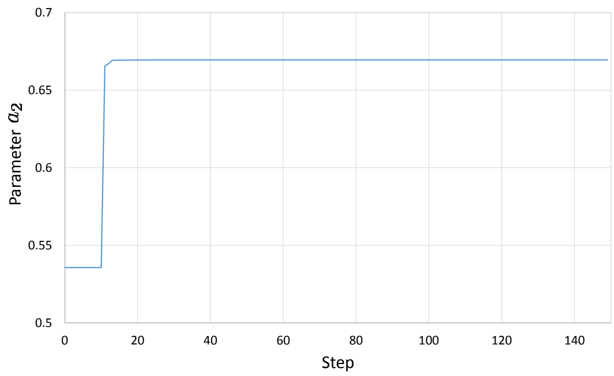

図 6: Identified Parameter a_2

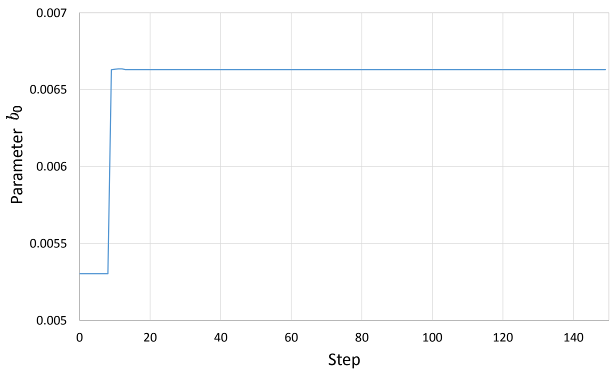

図 7: Identified Parameter b_0

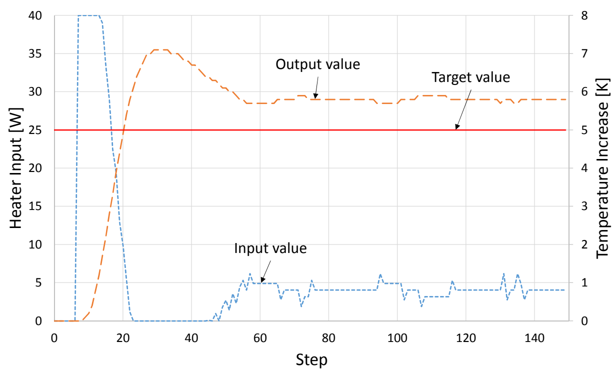

図 8: GPC Experiment Result

ニングコントローラを構成した．またパラメータ推定則について $\mathbf{\Gamma}(\mathbf{0})$ は $100I$ を選んだ．この場合のシミュレーション結果を図 4〜図 7 に示す．図 5,6,7 よりパラメータが真値に収束しつつ, 図 4 より目標値追従が達成されることを確認できる．

次に実験結果を示す．制御対象のパラメータを (15) 式であると仮定してコントローラを構成した場合の結果を図 8 に示す．この図より目標値と出力値の間に定常偏差が生じていることが分かる．これはモデル化誤差による偏差だと考えられる．次にセルフチューニングコントローラを構成した場合の実験結果を図 9〜図 12 に示す．ここでは制御対象のノミナル値を

$$a_1 = -1.655, a_2 = 0.6696, b_0 = 0.00663$$

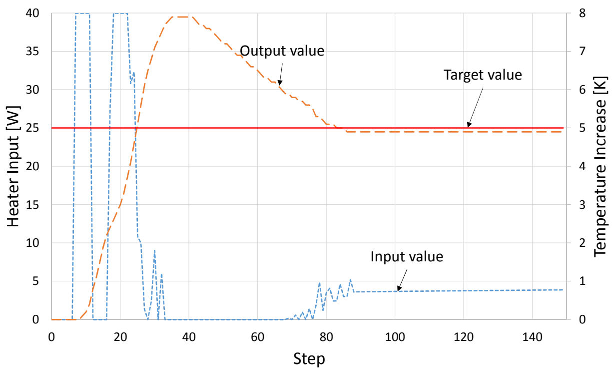

図 9: STGPC Experiment Result

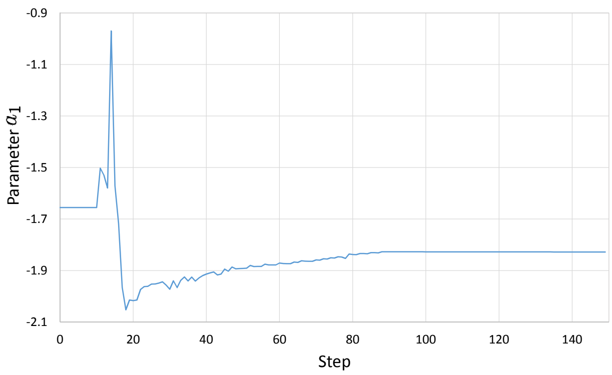

図 10: Identified Parameter a_1

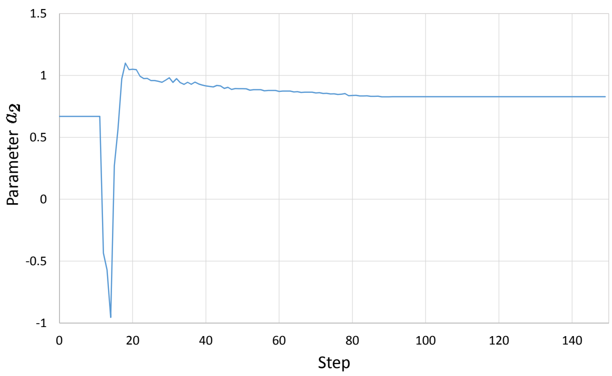

図 11: Identified Parameter a_2

として与え, それ以外の条件はシミュレーションの場合と同じにしている. 図 9 より過渡状態ではオーバーシュートが見られるものの推定したパラメータが一定値に収束するにつれ, 目標値追従を達成していることが分かる. これはモデル化誤差が小さくなったためであると考えられる. そこで図 10,11,12 で示した以下のパラメータ推定結果の値を用いてコントローラを構成した場合の実験結果を図 13 に示す.

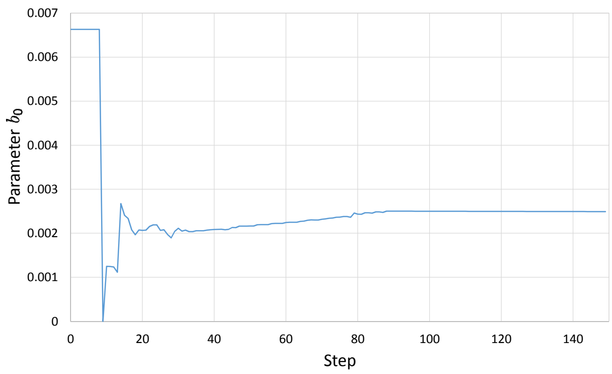

図 12: Identified Parameter b_1

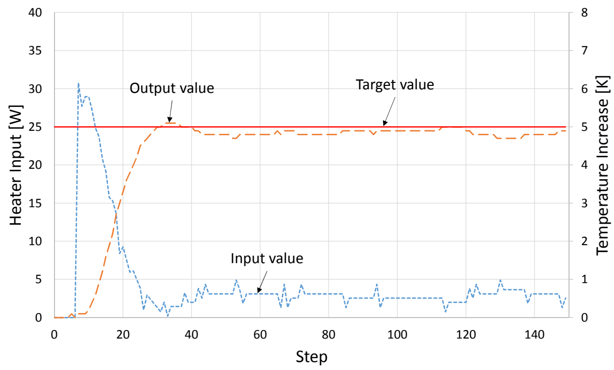

図 13: GPC Experiment Result for Tuned Parameters

$$a_1 = -1.828, a_2 = 0.829, b_0 = 0.00249$$

この図は目標値追従を達成していることを示している. すなわち制御対象としている実験装置のパラメータが適切に求められていることが分かる.

5 結言

本論文では, 制御対象のパラメータを逐次型の推定アルゴリズムによって推定し, その値を用いるセルフチューニング一般化予測制御系を構築した. さらにシミュレーションとアルミ板温度制御実験装置を用いた実験を行い, 本手法の有効性を確認した. 今後の課題としては入出力データに基づく物理的パラメータの推定法の検討 [3][5] やアルミニウム板の 2 次元モデル [6] に対する本手法の適用が挙げられる.

参考文献

[1] D. W. Clarke, C. Mohtadi and P. S. Tuffs, "Generalized Predictive Control-Part I.The Basic Algo-

rithm", *Automatica*, Vol. 23, No. 2,137-148 (1987)

[2] 矢納, 岡崎, 西崎, "2 自由度一般化予測制御法のアルミ板温度制御実験への応用", 電気学会論文誌 C(電子・情報・システム部門誌)IEEJ Transaction on Electronics, Information and Systems Vol.132 No.6 pp.879-885　(2003)

[3] 荒木, 西崎, 矢納, 見浪, 松野, "入出力データに基づくアルミ板温度制御実験装置への 2 自由度一般化予測制御法の適用", 第 21 回計測自動制御学会中国支部学術講演回論文集, pp.22-23　(2012)

[4] 矢納, 内田, 細谷, 見浪, 松野, "アルミ板温度制御モデルに対する熱伝導率の推定", 第 57 回　自動制御連合講演会　(2014)

[5] 矢納, 見浪, 松野, "セルフチューニング一般化最小分散制御系に対する強安定率を用いた安全性の評価", 電子学会論文誌 C, Vol.134 No.9, pp.1241-1246 (2014)

[6] Naoki Hosoya, Akira Yanou, Mamoru Minami and Takayuki Matsuno, "A Proposal Temperrature Control Model for Two Dimensional Aluminum Plate Using Two Degree-of-Freedom Generalized Predictive Control", *SICE Anual Conference* (*SICE*), pp.1804-1809 (2014)

[7] 岡本 庄平, "セルフチューニング一般化予測制御則のアルミニウム板温度制御装置への適用", 平成 26 年度岡山大学機械システム工学科卒業論文 (2015)