

THE IEICE TRANSACTIONS ON FUNDAMENTALS OF ELECTRONICS, COMMUNICATIONS AND COMPUTER SCIENCES (JAPANESE EDITION)

IEICE 電子情報通信学会 **A** 論文誌

基礎・境界

VOL. J99-A NO. 2
FEBRUARY 2016

本PDFの扱いは、電子情報通信学会著作権規定に従うこと。
なお、本PDFは研究教育目的（非営利）に限り、著者が第三者に直接配布することができる。著者以外からの配布は禁じられている。

基礎・境界ソサイエティ

一般社団法人 **電子情報通信学会**

THE ENGINEERING SCIENCES SOCIETY

THE INSTITUTE OF ELECTRONICS, INFORMATION AND COMMUNICATION ENGINEERS

ニューラルネットワーク組込型微分方程式を用いたカオス生成

見浪 護[†] 犬飼 陽裕[†] 矢納 陽[†]

Generating Chaos Using Neural-Network-Differential-Equation

Mamoru MINAMI[†], Haruhiro INUKAI[†], and Akira YANOU[†]

あらまし 本論文では, NNDE と名づけたニューラルネットワーク (以下 NN) を用いたカオスを生成するシステムを提案する. NN が非線形関数を表現できる性質を利用し, NN を組み込んだ微分方程式の NN の係数値を GA により進化させることでカオス軌道を発生させることができることを確認した. また NN の係数を変化させると他のカオス軌道を発生させることができるということを, 実際に描かれた軌道のリアプノフ指数, ポアンカレリターンマップ, 初期値敏感性, フラクタル次元, 分岐図から検証した.

キーワード カオス, ニューラルネットワーク, 関数近似, GA

1. ま え が き

これまで, 様々なカオス生成手法が提案されており, Lü らは, 文献 [1] で Chua 回路などの電気回路を非線形性をもつ関数を含んだ形に改良し, カオスアトラクタを發展させマルチスクロール型のカオスの生成手法をまとめている. また, 区分的アファインシステムは非線形特性をもち非線形システムの近似モデルを設計できることから, それを用いてダブルスクロール型であるローレンツモデルの力学的特徴を構成し, ダブルスクロール型のアトラクタが設計されている [2]. カオスアトラクタを生成するアプローチとして, 生体の神経細胞を模擬したニューラルネットワーク (以下 NN) を考える.

ヤリイカなどの生物の神経細胞においてカオス的な応答がみられるという事実に基づき, カオスを生成するモデルとしてカオスニューロンモデル [3], [4] が提案されている. このモデルはフィードバック構造をもっており, ニューロン内部の伝達関数に時間遅れが発生することで自己組織的にカオスを生成している.

このようなニューロン内部の時間遅れを用いてカオスを発生させる方向とは異なるアイデアとして, ニューロン自体は時間遅れを含まないが, ニューロン間の結

合に時間遅れを含み NN の構成に依存した再帰的結合によりカオスを生成するモデルも提案されている.

以上のカオスを発生させる NN の構成方法についてまとめて図 1 に示し, (a) 相互結合型・リカレント型, (b) 階層型と分類する. 図 1 (a) では, ニューロン間の結合により時間遅れを発生させるリカレント型 NN を用いてカオスを生成している [5]~[7]. このように, 従来のニューラルネットワークを用いたカオス生成手法では, ニューロン内部または結合部の時間遅れによってカオスを生成している.

上記の方法とは異なる方法, つまりニューロンへ周期的な入力を入れることにより Hodgkin-Huxley oscillator を用いてカオスを生成した報告もある [8]. 時間遅れを含む NN に対して, 佐藤ら [9], [10] によって連続時間のリカレントネットワークを構成してローレンツアトラクタを NN に学習させる試みが報告されている. この研究では NN は時間遅れを含まず非線形

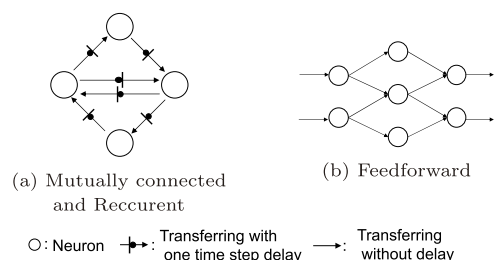


図 1 ニューラルネットワークの種類
Fig. 1 Models of neural network.

[†] 岡山大学大学院自然科学研究科, 岡山市
Graduate School of Natural Science and Technology,
Okayama University, 3-1-1 Tsushima-naka, Kita-ku,
Okayama-shi, 700-8530 Japan

関数の近似として用いられており、アトラクタの近傍でローレンツダイナミクスをよく近似していることが示されている。佐藤らの結果は、Funahashi [11] が提案し、甘利、外山らが「脳科学大辞典」[12] に記述している「NN は任意の非線形関数を任意の精度で表現できる」という結果を用いている [11], [13]~[15]。これは、時間遅れを含まない非線形関数を表現する NN に基づく非線形関数が任意の非線形微分方程式を表現できるということを意味する。本論文では、NN 組込型微分方程式を式 (1) のように表す。

$$\dot{\mathbf{p}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{p}(t)) \quad (1)$$

NN には式 (1) の $\mathbf{f}(\mathbf{p}(t))$ のみを表現させる。NN の係数を変化させることで、任意の非線形関数を表現できる NN の枠組みの中でカオスを発見した。本論文は式 (1) に基づくカオスに関する著者らの研究 [16], [17] をまとめたもので、生成された解軌道のカオス性をリアプノフ指数、ポアンカレリターンマップ、初期値敏感性、フラクタル次元によって検証する。また NN の結合係数の変化に対する分岐図の変化について調べ、結合係数の変化に従ってカオスが生成されることを明らかにする。

著者の一人はロボットを用いた魚の捕獲実験 [18] を行いロボットと魚の知能を比較することで、ロボットの知能化を図ってきている。過去の研究で魚が捕獲されることを防ぐ回避戦略を獲得するにつれ単純なビジュアルサーボ制御では捕獲が難しくなるということが分かっているが、ロボットの捕獲行動（捕獲網の動き）にカオス軌道を入れることで、魚の捕獲率が向上し、魚の回避行動の学習速度が低下することがわかっている [19]。このためロボットが異なった複数のカオス軌道（異なるリアプノフ指数、フラクタル次元、ポアンカレリターンマップなどをもつという意味）を生成する機能をもつことができれば魚の学習速度を更に低下させる可能性があると考えた。前述のとおり、NN は任意の非線形関数を十分な精度で記述できるので、式 (1) で表された NN 組込型微分方程式は全ての非線形微分方程式を近似的に記述している。すなわち、種々のカオス軌道を表すことができる。本研究では佐藤らが行った NN をローレンツアトラクタを生成するという目的ではなく、つまり式 (1) を特定のカオスを生成するという目的のために用いるのではなく、式 (1) が未知のカオスを生成させる可能性について考える。

そこで本論文ではニューラルネットワーク組込型微

分方程式を用いて複数のカオス軌道を生成することを試みる。このカオス軌道を用いて将来予定している魚の捕獲実験に使用することでより捕獲率の高い魚捕獲ロボットシステムを構築することにつながると考えている。

2. カオス生成手法

2.1 ニューラルネットワーク組込型微分方程式

入力層、中間層、出力層をもち $\mathbf{p}(t) = [x(t), y(t), z(t)]^T$ から $\mathbf{f}(\mathbf{p}(t))$ への非線形写像を与える NN を考える。NN の出力を式 (1) の $\dot{\mathbf{p}}(t) = [\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t)]^T$ と考えてルンゲクッタ法を用いて数値積分し $\mathbf{p}(t)$ を得る。得られた $\mathbf{p}(t)$ を NN の入力にフィードバックし閉ループを構成すると、閉ループ系は式 (1) を表現していることになる。NN で記述した式 (1) を含むモデル全体をブロック線図によって図 2 に示す。図 2 の右側の“Chaos Searching Block”は、NN の係数を表すベクトルを遺伝子としてもつジェネティックアルゴリズム（以下、GA）のブロックである。また NN のユニットの入出力関数はシグモイド関数（式 (2)）を用いている。

$$s(p) = \frac{1}{1 + e^{-p}} \quad (2)$$

また、入力を u_i 、入力層-中間層間の NN の係数を q_{ij} 、中間層-出力層間の係数を w_{jk} とすると、入力層 m 、中間層 n をもつ NN の j 番目の中間層の出力 x_j と k 番目の出力層の出力 y_k は

$$x_j = s \left(\sum_{i=1}^m q_{ij} u_i - \theta \right) \quad (3)$$

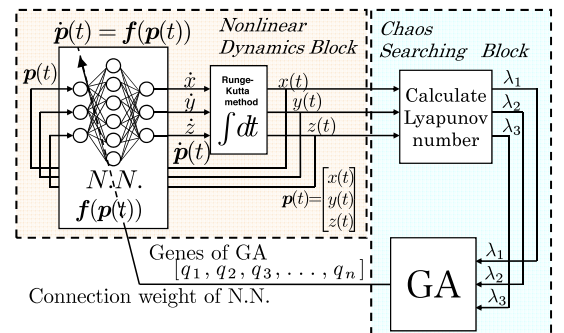


図 2 カオス生成器

Fig. 2 Block diagram of chaos generation.

$$y_k = s \left(\sum_{j=1}^n w_{jk} x_j - \theta \right) \quad (4)$$

と表される．本論文では $\theta = 2.0$ としている．

2.2 カオス生成システム

ここでは，図 2 の左側に示す NN 組込型微分方程式の解軌道がカオス軌道を生成するように，NN の結合係数を探索する方法について考える．カオスを生成する NN の結合係数を GA によって探索する．GA は次式

$$g_i = k_1 \cdot \lambda_{1i} - k_2 \cdot |\lambda_{2i}| - k_3 \cdot \lambda_{3i}. \quad (5)$$

で与えられる g_i を最大化する q_i を探索する． k_1, k_2, k_3 は正の重み係数である．GA はある遺伝子 q_i を評価するため q_i を NN にセットすることで式 (1) の微分方程式を q_i に基づいた式に固定化する．その後式 (1) を数値積分により解くことで q_i に対応した解軌道 $p_i(t)$ を得る．更にこの解軌道に関するリアプノフ指数 $L_i = [\lambda_{1i}, \lambda_{2i}, \lambda_{3i}]^T$ を求める．ただし $\lambda_{1i} > \lambda_{2i} > \lambda_{3i}$ としてソートしておく．GA の進化は L_i を用いた式 (5) の適合度関数 g_i を最大化する方向に向かう．カオスを発生させるリアプノフ指数は，リアプノフスペクトラム $(+, 0, -)$ つまり $\lambda_1 > 0, \lambda_2 \approx 0, \lambda_3 < 0$ という形をとるため，式 (5) の適合度関数 g_i は $\lambda_{1i} > \lambda_{2i} > \lambda_{3i}$ がリアプノフスペクトラムとなるときの正の大きな値を与えるように構成されている．なお，適合度関数に最小リアプノフ指数を入れた理由は，発散する非線形関数を排除し，よりカオスの可能性が高い NN の非線形関数 (式 (1)) を得ようとしたためである．

本論文では数値積分にルンゲクッタ法を用い，刻み幅を $\Delta t = 0.025s$ としている．また，リアプノフ指数については，解軌道を用いた計算方法で，二つの近接軌道が指数関数的に離れていくことを区分的に計算する方法で計算を行い [20]，計算時間は 500s 先 (20000 点) まで計算させている．GA の解表現方法を図 8 のように表す．GA の進化の手法はエリート保存戦略を用いており，20 個の個体を用意し交叉には二点交叉，突然変異率は 0.20 としている．ここで 20 個の遺伝子の個体それぞれで表現される 20 個の微分方程式の時間発展はそれぞれ 500s 先まで進化計算された後，式 (5) の適合度関数を最大化する個体が GA の進化計算の第 1 位の NN の係数として順位付けられる．その後通常の GA の計算に基づき次世代の遺伝子の個体群が生成

され進化していく．このようにして得られた遺伝子の個体によって記述された NN はカオス軌道を生成する候補として，後述するカオス性の検証が行われる．これらの手順を通して，本研究ではこれまでカオス軌道を生成する NN を四つ得ている．また適合度関数 g_i の $k_1 \sim k_3$ の値はそれぞれ $k_1 = 8.0, k_2 = 1/2, k_3 = 1/3$ としている．GA によって g_i を最大化させることで NN 組込型微分方程式をカオスを発生させる方向へと進化させる．これを繰り返すことで，カオスのリアプノフスペクトラムを満足する軌道を GA によって探索し，カオス軌道の生成を行うことができる [16], [17]．

GA によってリアプノフスペクトラムを満足する軌道が得られてもカオスとは限らないため，得られた軌道のカオス性を検証する必要がある．次章以降でこのシステムで得られた軌道のカオス性をフラクタル次元，ポアンカレリターンマップ，初期値敏感性，熊手型分岐図などの指標から検証する．

3. カオス性の検証

3.1 カオス性の判定基準

ここではリアプノフ指数，ポアンカレリターンマップ，初期値敏感性，フラクタル次元について述べる．また，分岐図については 4. で考察する．

3.1.1 リアプノフ指数

リアプノフ指数とは，力学系においてごく接近した軌道が遠ざかっていく程度を表す指標であり，以下の式で表される．

$$\lambda = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \log |f'(x_i)| \quad (6)$$

$\lambda > 0$ のとき，近接した軌道間の距離は，指数関数的に増大することになる．

3.1.2 ポアンカレリターンマップ

ポアンカレリターンマップによって軌道が引き伸ばしと折りたたみの構造をもっているか確認することができる．引き伸ばしとは，軌道が収束点から遠ざかる現象で，折りたたみとは軌道が収束点に引き戻される現象である．この構造は，カオスの基本的な性質である．

3.1.3 初期値敏感性

カオスには，微小でも初期値が異なると，軌道が大きく異なるという特徴がある．

3.1.4 フラクタル次元

カオスアトラクタは折り畳みと引き伸ばしの構造によってフラクタル構造をもつことが知られている．求

めたフラクタル次元が非整数であれば、軌道はフラクタル性をもつことが分かり、カオス性の一つの指標となる。ここでは、カオスの特徴としてアトラクタの自己相似性を表す指標であるフラクタル次元について調べる。フラクタル次元は以下の式で求める [20]。

$$C(\varepsilon) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N H(\varepsilon - |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|) \quad (7)$$

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log C(\varepsilon)}{\log \varepsilon} \quad (8)$$

ここで、 $H(\cdot)$ はヘビサイド関数で、 $|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|$ はベクトル $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j$ の距離、 ε は $\mathbf{x}_i$ を中心とした球の半径、 D がフラクタル次元でありこれが非整数であれば自己相似性をもつといえる。

3.2 カオス性の検証

本手法で生成された4種類の軌道のカオス性の検証を行った。発見されたカオスを、カオス 01, 02, 03, 04 と名づけた。図 3 (a)~(d) に軌道を示す。また、カオス 04 に関しては GA によって探索されたカオス 03 のパラメータを変化させることで偶然生じたものである。以下でそれぞれの軌道のカオス性を検証する。

3.2.1 カオス 01 の検証

● リアプノフ指数

リアプノフ指数はそれぞれ $\lambda_1 = 0.014585$, $\lambda_2 = -0.003314$, $\lambda_3 = -0.165381$ となった。これらはカ

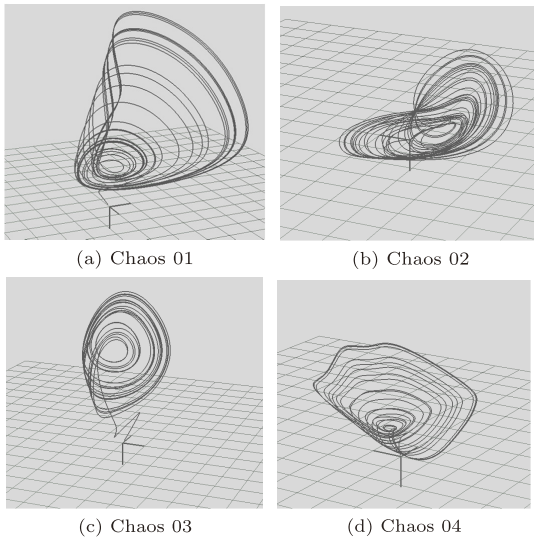


図 3 カオス生成器によって生成されたカオス
Fig.3 Strange attractors of generated chaos by NNDE.

オスのリアプノフスペクトラム $(+, 0, -)$ と一致している。

● ポアンカレリターンマップ

ポアンカレ断面を x - z 平面 ($x < 0$) に設定し、軌道とポアンカレ断面との交点と座標原点との距離を r とする。この r のポアンカレリターンマップを図 4 (a) に示す。1次元写像が確認でき、左側では引き伸ばし、右側で折りたたみの現象が確認できる。

● 初期値敏感性

わずかに異なる初期値を与えた二つの軌道の x , y , z 座標の推移の差を ε_x , ε_y , ε_z として図 5 に示す。 $(x_1(t), y_1(t), z_1(t))$ の軌道は初期値を $x_1(0) = 1.00$, $y_1(0) = 1.00$, $z_1(0) = 1.00$ とし、 $(x_2(t), y_2(t), z_2(t))$ は初期値を $x_2(0) = 1.01$, $y_2(0) = 1.01$, $z_2(0) = 1.01$ としている。 ε_x , ε_y , ε_z は $\varepsilon_x = x_1(t) - x_2(t)$, $\varepsilon_y = y_1(t) - y_2(t)$, $\varepsilon_z = z_1(t) - z_2(t)$ で与えられる。図 5 にカオス 01 に対する ε_x , ε_y , ε_z を示す。ここで、0~400[s] の間については、 ε_x , ε_y , ε_z とともにほぼ零であるため表示していない。初期値の微差による軌道の差は、800[s] 付近で急に拡大している。これはカオスの特徴である初期値敏感性を示している。

● フラクタル次元

埋め込み次元を 1~10 としたときの $\log \varepsilon$ と $\log C(\varepsilon)$ の関係を図 6 に示す。この図 6 から D は 1.36058 と求められ非整数であるので、自己相似性をもつ。

3.2.2 カオス 02~カオス 04 の検証

カオス 02~カオス 04 の特徴を表 1 にまとめた。リアプノフ指数は上から λ_1 , λ_2 , λ_3 を示している。この表よりカオス 02~カオス 04 のリアプノフスペクト

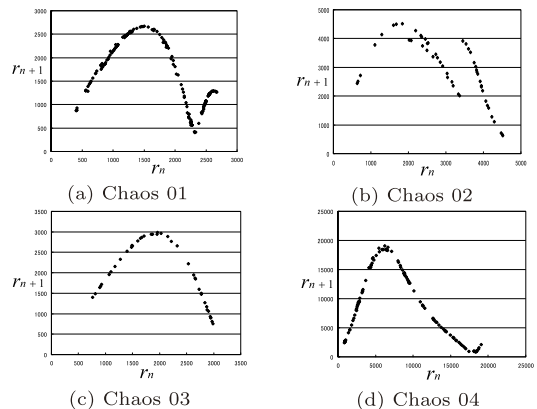


図 4 カオス 01~04 のポアンカレリターンマップ
Fig.4 Poincaré return map of Chaos 01~04.

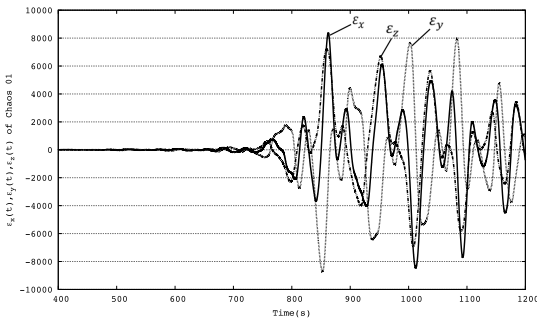


図 5 カオス 01 の初期値敏感性
Fig. 5 Sensitivity of initial value (Chaos 01).

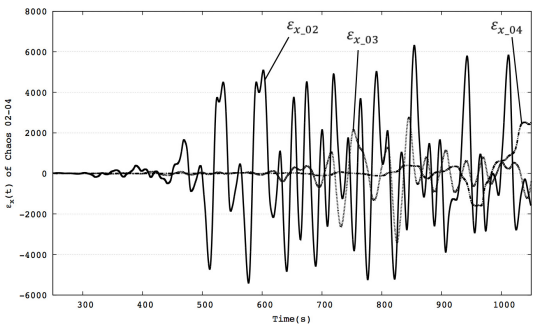


図 7 カオス 02~04 の x 座標の初期値敏感性
Fig. 7 Sensitivity of initial value (x -coordinate).

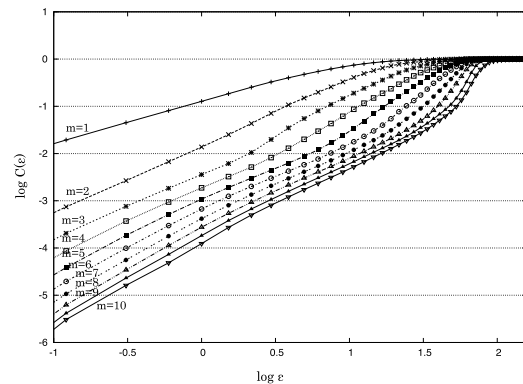


図 6 カオス 01 のフラクタル次元
Fig. 6 Fractal dimension of Chaos 01.

表 1 カオス 02~04 の特徴
Table 1 Characteristic of Chaos 02~04.

	Chaos 02	Chaos 03	Chaos 04
Lyapunov number	0.01919 -0.00733 -0.10379	0.015934 -0.002172 -0.123026	0.01208 -0.00143 -0.075448
Fractal dimension	1.78474	1.89099	1.8799
Poincaré return map	Fig. 4 (b)	Fig. 4 (c)	Fig. 4 (d)
Sensitivity of initial value	Fig. 7		

ラムは $(+, 0, -)$ であることがわかる。フラクタル次元も全てのカオスで非整数となり、自己相似性をもっていることがわかる。次にポアンカレリターンマップを図 4 (b), (c), (d), またわずかに異なる初期値を与えた二つの軌道の x 座標の差の推移を図 7 に示す。 $\varepsilon_{x,i}$ ($i = 02, 03, 04$) はカオス 02~04 の x 座標の軌道の差を表している。ここで、0~250[s] の間については、 $\varepsilon_{x,02}$, $\varepsilon_{x,03}$, $\varepsilon_{x,04}$ とほぼ零であるため表示していない。初期値はカオス 01 と同様の値を与えている。それぞれカオス 01 と同様にカオス性を確認することができた。

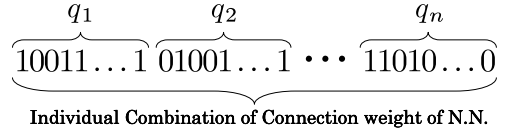


図 8 GA の遺伝子
Fig. 8 Gene of GA.

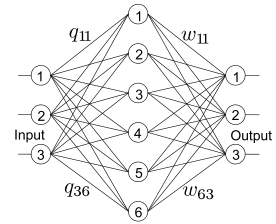


図 9 非線形関数を近似するニューラルネットワークの構造
Fig. 9 Neural network structure for nonlinear function generation.

4. 分岐図による検証

4.1 一つの NN 係数の変更による分岐図の作成

図 8 に NN の結合係数を遺伝子として表現した図を示し、図 9 に NN の構造を示す。更に表 2 にカオス 03 とカオス 04 の NN の係数を示している。ここで、図 9 に示すように入力層における上から i 番目のニューロンと中間層における上から j 番目のニューロンをつなぐ係数を q_{ij} 、中間層における上から p 番目のニューロンと出力層における上から q 番目のニューロンをつなぐ係数を w_{pq} と表す。表 2 より、カオス 03 とカオス 04 の係数は q_{11} だけが異なることが確認できる (ここでは記していないが、カオス 01 とカオス 02 の係数はカオス 03, カオス 04 とは全く異なる値となっている)。このことから、係数が一つ異なるだけで、図 3 (c), (d) のように形が異なるストレンジア

表 2 カオス 03 と 04 の NN の重み係数
Table 2 Weights of the Chaos 03 and Chaos 04.

	Chaos 03	Chaos 04	Fig. 10
q_{11}	0.829098955	-0.108415351	-1.0 ~ +1.0
q_{21}	-0.561699855	all values are identical to the left values from q_{21} to w_{63}	all values are identical to the left values from q_{21} to w_{63}
q_{31}	-0.902555886		
q_{12}	-0.640772107		
q_{22}	-0.017715724		
q_{32}	0.196276799		
q_{13}	-0.627588312		
q_{23}	0.862119478		
q_{33}	0.678095674		
q_{14}	0.815579461		
q_{24}	-0.79250782		
q_{34}	0.100541695		
q_{15}	-0.333791104		
q_{25}	-0.891996643		
q_{35}	-0.869291218		
q_{16}	-0.616632334		
q_{26}	-0.895109483		
q_{36}	0.547966735		
w_{11}	-0.145769436		
w_{21}	-0.479484245		
w_{31}	0.047714961		
w_{41}	-0.52028687		
w_{51}	-0.749568933		
w_{61}	0.153582055		
w_{12}	-0.659693294		
w_{22}	0.469321736		
w_{32}	0.830869001		
w_{42}	0.083115892		
w_{52}	0.758999008		
w_{62}	0.554406043		
w_{13}	0.858548867		
w_{23}	-0.639246204		
w_{33}	-0.589715419		
w_{43}	-0.660547799		
w_{53}	-0.480460822		
w_{63}	0.649317159		

トラクタが生成されることがわかる。そこで、重み係数 q_{11} の値がカオスの生成に大きく関わっているのではないかと考え、表 2 の右端に示しているように、重み係数 q_{11} の値を “-1.0” から “+1.0” まで 0.0001 刻みで変化させ分岐図を作成した。縦軸はポアンカレリターンマップで使った距離 r である。このとき、 q_{11} 以外の係数はカオス 03, 04 と同じ値で固定している。図 10 に作成した分岐図を示す。 $-1.0 \leq q_{11} \leq -0.28$, $0.18 \leq q_{11} \leq 0.39$, $0.8467 \leq q_{11} \leq 1.0$ の区間では軌道が発散するため、分岐図を描くことができなかった。

4.1.1 熊手型分岐の確認

図 10 における (A) の部分 ($-0.220 \leq q_{11} \leq -0.195$, $0.0 \leq r \leq 20000$) を拡大したものを図 11 に示す。図 11 から、熊手型分岐を確認できる。

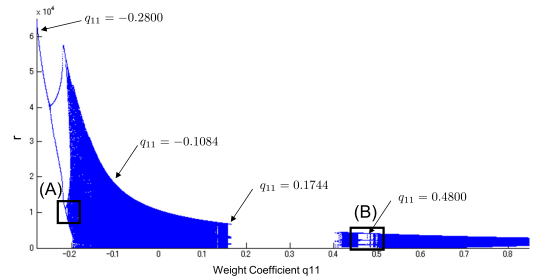


図 10 q_{11} を変化させたときの分岐図
Fig. 10 Bifurcation diagram against q_{11} .

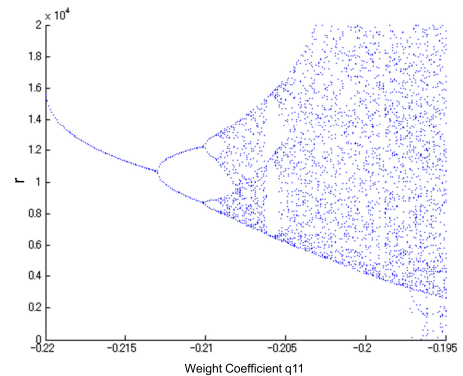


図 11 熊手型分岐 (図 10 (A))
Fig. 11 Pitchfork bifurcation ((A) of Fig. 10).

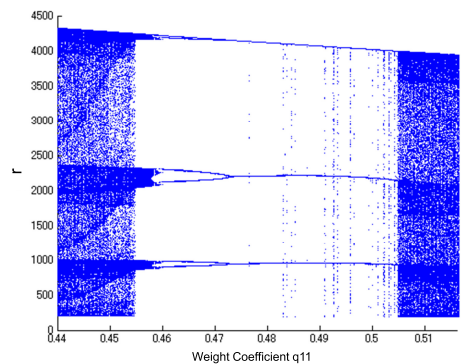


図 12 カオスの窓 (図 10 (B))
Fig. 12 Window with 3 period ((B) of Fig. 10).

4.1.2 カオスの窓の確認

図 10 における (B) の部分 ($0.440 \leq q_{11} \leq 0.5167$, $0.0 \leq r \leq 4500$) を拡大したものを図 12 に示す。図よりカオスの窓を確認できる。

4.1.3 生成される軌道

図 10 において、 q_{11} の値が -0.2800 , -0.1084 , 0.1744 , 0.4800 であるとき生成される軌道を図 13(a)~(d) に示す。(a) は 1 周期軌道、(b) はカ

表 3 図 17 の分岐図で使用されている NN の重み係数
Table 3 Coefficient weights of NN used as parameters in bifurcation diagram in Fig. 17.

	Fig. 13 (c)	Fig. 17 (a)	Fig. 17 (b)	Fig. 17 (c)	Fig. 17 (d)	Fig. 17 (e)	Fig. 17 (f)
q_{11}	0.1744	0.1744	0.1744	0.1744	0.1744	0.1744	0.1744
q_{21}	-0.561699855	-0.561699855	-1.0 $\sim$ +1.0	-0.561699855	-0.561699855	-0.561699855	-0.561699855
q_{12}	-0.640772107	-1.0 $\sim$ +1.0	-0.640772107	-0.640772107	-0.640772107	-0.640772107	-0.640772107
q_{36}	0.547966735	0.547966735	0.547966735	-1.0 $\sim$ +1.0	0.547966735	0.547966735	0.547966735
w_{11}	-0.145769436	-0.145769436	-0.145769436	-0.145769436	-1.0 $\sim$ +1.0	-0.145769436	-0.145769436
w_{53}	-0.480460822	-0.480460822	-0.480460822	-0.480460822	-0.480460822	-1.0 $\sim$ +1.0	-0.480460822
w_{63}	0.649317159	0.649317159	0.649317159	0.649317159	0.649317159	0.649317159	-1.0 $\sim$ +1.0

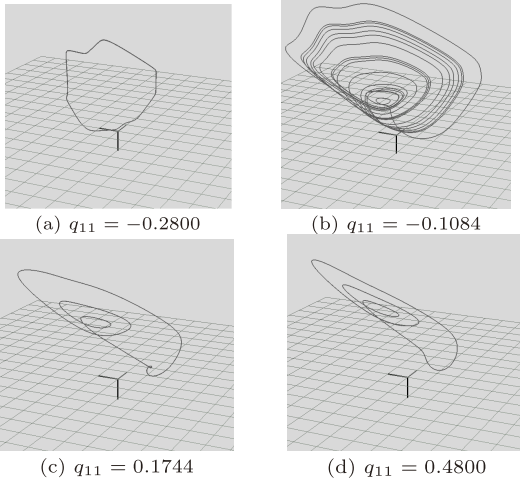


図 13 生成された軌道
Fig. 13 Generated trajectories.

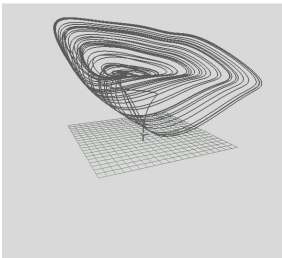


図 14 $q_{11} = 0$ (Chaos 03) の軌道
Fig. 14 Generated trajectory ($q_{11} = 0$ (Chaos 03)).

オス軌道, (c), (d) は 3 周期軌道となっている。 q_{11} の値が -0.1084 のとき, 無数の周期をもつ区間ではカオス軌道が生成される。カオス 03, カオス 04 の q_{11} の値はそれぞれ 0.829098955 , -0.108415351 となっており, カオスを生成する区間内の値となっている。図 13 (a)~(d) より, NN の係数を変化させることで, 軌道の周期が変化し, カオス軌道とカオスでない軌道が生成されることが確認できた。

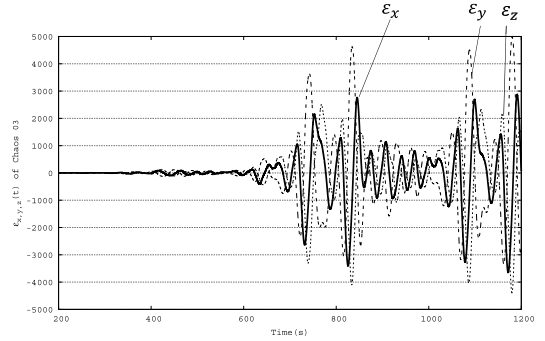


図 15 $q_{11} = 0$ (Chaos 03) の初期値敏感性
Fig. 15 Sensitivity of initial value ($q_{11} = 0$ (Chaos 03)).

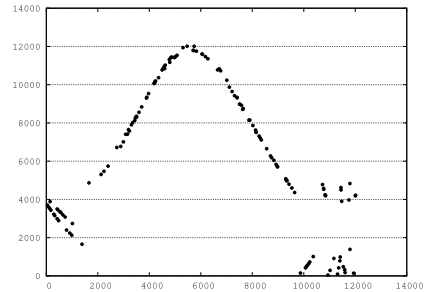


図 16 $q_{11} = 0$ (Chaos 03) のポアンカレターンマップ
Fig. 16 Poincaré return map ($q_{11} = 0$ (Chaos 03)).

以上より, カオスを生成する系の特徴である熊手型分岐とカオスの窓を係数 q_{11} を変化させて作成した分岐図より確認できた。また, NN の係数を一つでも変更することで, 軌道の形が変化していくということが確認された。

一つの係数を変更することで, 非周期軌道の区間と周期軌道の区間が存在することから, NN の係数の組み合わせにおいて, 一つの係数を変更することで熊手型分岐を確認することができた。

更に, 図 13 (c) に示している 3 周期軌道を生成する係数をもとにして, 一つの係数を変更することで, 熊手型

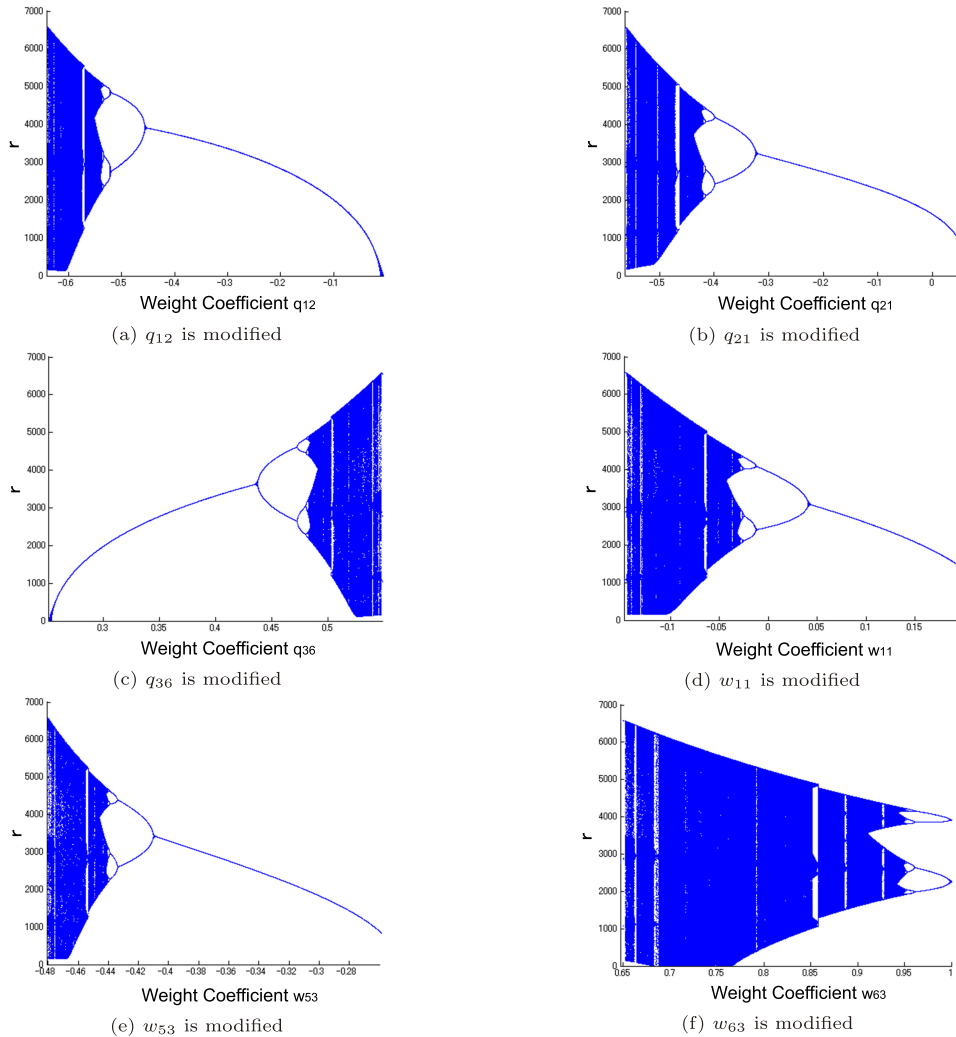


図 17 NN の重み係数を変化させることで生成される分岐図

Fig. 17 Bifurcation diagrams calculated by changing NN's coefficients as parameters.

分岐を確認する．ここでは図 13(c) より $q_{11} = 0.1744$ と固定した．変更した q_{11} が結合しているニューロンである中間層の上から 1 番目のニューロンと関連している係数として q_{21} , w_{11} , 関連がない係数として q_{12} , q_{36} , w_{53} , w_{63} を “-1.0” から “+1.0” まで 0.0001 刻みで変化させ作成した分岐図を図 17 に示す．表 3 に図 13(c) の軌道を生成する係数及び、図 17 のそれぞれの分岐図における係数のうち、 q_{11} , q_{12} , q_{21} , q_{36} , w_{11} , w_{53} , w_{63} の値を抜粋している．表 3 に示していない係数は図 13(c) の軌道を生成する係数すなわち表 2 に示されている数値と同じ値で固定している．軌

道が発散する区間があるため、分岐図を描くことのできない区間がある．図 17 より、カオスでない軌道を生成するニューロンの係数の一つを変更するという条件でも分岐図を描くことができ、無数の周期をもつ区間が存在することが確認できる．よって、一つの係数を変更することで多数の非周期解軌道を生成できることが分岐図による検証を通して確認できる．このことは、本手法で得られた多数の軌道を魚捕獲ロボットに実装することで、魚にとって未知なカオスによる捕獲網の動きをより多く実現できることを意味している．すなわち、先行研究[21]よりも更に魚の学習速度を低

減させることに有利に働く可能性があることを意味している。

4.1.4 $q_{11} = 0$ の場合のカオス性の検証

また、カオス 03 における NN の係数 q_{11} を確認すると (図 10) $q_{11} = 0$ の場合でも周期が無数にあることが確認できる。 $q_{11} = 0$ の場合でもカオスを生成することができれば、NN の構造の簡略化につながり、ハードウェアに実装した際に計算速度の向上につながると考えられる。このことから NN の係数 q_{11} を 0 に設定し、カオスを生成することができるかを検証する。実際にカオス 03 の係数 q_{11} を 0 として生成した軌道を図 14 に示す。この軌道に対し初期値敏感性、ポアンカレリターンマップ、リアプノフ指数、フラクタル次元での検証を行った。リアプノフ指数は ($\lambda_1 = 0.01593$, $\lambda_2 = 0.002172$, $\lambda_3 = -0.123026$) となりフラクタル次元は 1.59679 となった。また図 15 と図 16 に示す初期値敏感性とポアンカレリターンマップはカオスの特徴と一致し、カオス性をもつことを確認した。このことから、カオスを生成する NN の構造簡略化が可能であることを示した。

5. む す び

本論文では、NN を利用した新しいカオス生成手法を提案した。従来のカオス生成手法では時間遅れを利用してカオスを生成しているのに対して、提案手法では NN に時間遅れを存在させずに非線型写像を表現させることでカオス軌道を生成する。この手法により、NN で非線型関数を表現することで、複数のカオス軌道を生成することができる。また、生成した軌道のカオス性をリアプノフ指数、ポアンカレリターンマップ、初期値敏感性、フラクタル次元、分岐図によって検証することで提案手法の有効性を確認した。

文 献

- [1] J. Lü and G. Chen, "Generating multiscroll chaotic attractors, theories, methods and applications," *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol.16, no.4, pp.775–858, 2006.
- [2] 海野 智, "区分的アファインシステムによるストレンジアトラクタの概形設計," <http://www.dsl.mei.titech.ac.jp/research/2012/kaino/index.html>, Aug. 2014.
- [3] K. Aihara, T. Takebe, and M. Toyoda, "Chaotic neural networks," *Phys. Lett. A*, vol.144, no.6, pp.333–340, 1990.
- [4] 松崎徹也, 中川匡弘, "フラクショナルニューロンモデル," *信学論 (A)*, vol.J85-A, no.11, pp.1201–1210, Nov. 2002.
- [5] 川村 暁, 吉田等秋, 三浦 守, "通常のニューロンからなるカオス・ニューラルネットワークの最小構成," *信学論 (A)*, vol.J84-A, no.5, pp.586–594, May 2001.
- [6] 中村雄一, 川上 博, "3 成分系アナログニューラル発振器の分岐現象とカオスアトラクタ," *信学論 (A)*, vol.J81-A, no.10, pp.1345–1351, Oct. 1998.
- [7] 中村雄一, 佐藤大祐, 船橋賢一, 川上 博, "力学系を近似するニューラルネットワークの構成法," *信学技報, NLP1999-22*, June 1999.
- [8] K. Aihara, G. Matsumoto, and Y. Ikegaya, "Periodic and non-periodic responses of a periodically forced Hodgkin-Huxley oscillator," *J. Theor. Biol.*, vol.109, pp.249–269, 1984.
- [9] 佐藤雅昭, 村上由彦, "リカレントニューラルネットによる非線形ダイナミクスの学習," *物性研究*, vol.56, no.2, pp.227–231, 1991.
- [10] M. Sato and Y. Murakami, "Learning nonlinear dynamics by recurrent neural networks," *数理解析研究所講究録*, vol.760, pp.71–87, 1991.
- [11] K. Funahashi, "On the approximate realization of continuous mappings by neural networks," *Neural Netw.*, vol.2, pp.183–191, 1989.
- [12] 甘利俊一, 外山敬介, *脳科学大辞典*, 朝倉書店, 2000.
- [13] G. Cybenko, "Approximation by superpositions of a sigmoidal function," *Math. Control, Signals, and Systems*, vol.2, pp.303–314, 1989.
- [14] K. Hornik, M. Stinchcombe, and H. White, "Multilayer feedforward networks are universal approximators," *Neural Netw.*, vol.2, pp.359–366, 1989.
- [15] 中村雄一, 中川匡弘, "連続時間リカレントニューラルネットワークによる力学系の近似非自励系への拡張と近似の延長条件," *信学技報, NC2008-141*, 2009.
- [16] Y. Ito, T. Tomono, M. Minami, and A. Yanou, "Multiple chaos generator by neural-network-differential-equation for intelligent fish-catching," *Proc. IEEE Int. Conf. IECON*, pp.2319–2324, 2011.
- [17] T. Tomono, Y. Ito, M. Minami, and A. Yanou, "Analyses of chaos generated by neural-network-differential-equation for intelligent fish-catching," *Proc. IEEE/ASME Int. Conf. on Advanced Intelligent Mechatronics*, pp.1023–1029, 2012.
- [18] H. Suzuki and M. Minami, "Visual servoing to catch fish using global/local GA search," *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol.10, no.3, pp.352–357, 2005.
- [19] J. Hirao and M. Minami, "Intelligence comparison between fish and robot using chaos and random," *Proc. Int. Conf. on Advanced Intelligent Mechatronics*, pp.552–557, 2008.
- [20] 長島弘幸, 馬場良和, *カオス入門 現象の解析と数理*, 培風館, 1992.
- [21] 森 慶太, 見浪 護, 矢納 陽, "ロボットと魚の敵対的關係における魚の学習速度の低減—カオスと乱数を用いた試み," *計測自動制御学会論文集*, vol.51, no.8, pp.587–595, 2015.

(平成 27 年 2 月 9 日受付, 7 月 8 日再受付)

**見浪 護**

1979 年大阪府立大学工学部航空工学科卒業，1981 年大阪府立大学工学研究科航空工学専攻修士課程修了．1993 年金沢大学大学院自然科学研究科博士課程修了．博士（工学）．1994 年福井大学工学部機械工学科助教授，2002 年同学部知能システム工学科教授，2010 年岡山大学大学院自然科学研究科教授，現在に至る．ロボットの力学，拘束運動，力制御，移動マニピュレータの制御，画像認識，ビジュアルサーボイング等の研究に従事．日本機械学会，計測自動制御学会，IEEE などの会員．

**犬飼 陽裕**

2014 年岡山大学工学部システム工学科卒業．2014 年同大学大学院自然科学研究科機械システム工学博士前期課程入学．現在に至る．

**矢納 陽 （正員）**

1996 年岡山大学工学部情報工学科卒業．1998 年岡山大学大学院工学研究科修士課程修了．2001 年同大学大学院自然科学研究科博士課程修了．同大学大学院研究生を経て，2002 年近畿大学工学部助手．2004 年同講師を経て，2009 年岡山大学大学院自然科学研究科助教．現在に至る．予測制御に関する研究に従事．博士（工学）．計測自動制御学会，システム制御情報学会，日本機械学会等の会員．