

足と地面の非線形摩擦を考慮したヒューマノイド動力学モデル

○李 想 (岡山大学) 井澤 大時 (岡山大学) 見浪 護 (岡山大学)
松野 隆幸 (岡山大学) 矢納 陽 (川崎医療短期大学)

1. 緒言

ヒューマノイドによる二足歩行はシミュレーション、実機を問わず幅広く研究されているが、線形近似や倒立振子に基づく簡略化されたモデルを対象とした議論が多い [1, 2]. また、安定性の観点から有力な制御手法として知られる Zero Moment Point [ZMP] 規範の手法により実現された歩行は、自然な人間の歩行とは異なる. しかし、ZMP に依存しない歩行では不安定な歩容が現れ、転倒などの可能性が高まるため [3], 安定な姿勢を維持することが重要な課題となる. そこで本研究では [4, 5] を基づいて、足の滑り、接地時における衝突、面/点接地を明確に区別したヒューマノイドの歩行モデルを考え、Newton-Euler 法による運動方程式の導出を行う. また、ヒューマノイドロボットの研究において、歩行時における滑りを考慮した、ヒューマノイドロボットは議論されていない. しかし、摩擦係数が小さい場合 (氷の上、雪、濡れた路面) には、歩行時に足に滑りが生じる場合が出てくる.

そのため、本論文では、床とヒューマノイドの足の非線形摩擦の影響を代表したスティックスリップ運動 [6, 7, 8] のシミュレーション実験を用いて、滑りを含めたヒューマノイドのモデルを検証する.

2. Newton-Euler 法によるモデリング

ヒューマノイドの関節構成は図 1 のようになっており、寸法は表 1 の値とする.

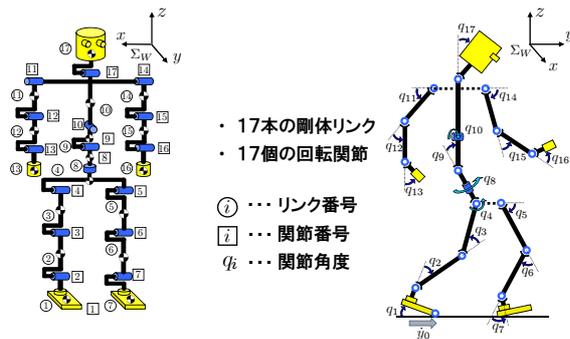


図 1 ヒューマノイドのリンク・関節構成及び回転角の設定

2.1 順運動学計算

本研究では支持脚に滑りが生じる運動方程式を Newton-Euler 法を用いて導出を行う. そのため、運動方程式には、直動関節と回転関節の場合がある. まず、Newton-Euler 法の順運動学計算として、関節角 q の運動が与えられた場合に、ロボットの各関節の現在

表 1 ヒューマノイドモデル各部位寸法

リンク部位名称	長さ l_i	質量 m_i	粘性摩擦係数 d_i
頭部	0.24	4.5	0.5
躯幹上部	0.41	21.5	10.0
躯幹中部	0.1	2.0	10.0
躯幹下部	0.1	2.0	10.0
上腕	0.31	2.3	0.03
前腕	0.24	1.4	1.0
手	0.18	0.4	2.0
腰部	0.27	2.0	10.0
上腿	0.38	7.3	10.0
下腿	0.40	3.4	10.0
足	0.07	1.3	10.0
総質量 [kg]	—	64.2	—
全身長 [m]	1.7	—	—

の角度 q_i と角速度 \dot{q}_i 及びある目標加速度 \ddot{q}_i が与えられたとする. このときの根元のリンクから先端のリンクに向かって link- i の関節角速度 ${}^i\omega_i$, 関節角加速度 ${}^i\dot{\omega}_i$, 原点における並進加速度 ${}^i\dot{p}_i$, 質量中心における並進加速度 ${}^i\ddot{s}_i$ を以下の式から計算する.

$${}^i\omega_i = {}^{i-1}R_i^T {}^{i-1}\omega_{i-1} + {}^i e_{zi} \dot{q}_i \quad (1)$$

$${}^i\dot{\omega}_i = {}^{i-1}R_i^T {}^{i-1}\dot{\omega}_{i-1} + {}^i e_{zi} \ddot{q}_i + {}^i\omega_i \times ({}^i e_{zi} \dot{q}_i) \quad (2)$$

$${}^i\dot{p}_i = {}^{i-1}R_i^T \left\{ {}^{i-1}\dot{p}_{i-1} + {}^{i-1}\dot{\omega}_{i-1} \times {}^{i-1}\dot{p}_i + {}^{i-1}\omega_{i-1} \times ({}^{i-1}\omega_{i-1} \times {}^{i-1}\dot{p}_i) \right\} \quad (3)$$

$${}^i\ddot{s}_i = {}^i\dot{p}_i + {}^i\dot{\omega}_i \times {}^i\dot{s}_i + {}^i\omega_i \times ({}^i\omega_i \times {}^i\dot{s}_i) \quad (4)$$

ただし、リンク 1 (支持脚) は滑り状態 (直動関節) のとき (図 1 のとき)

$${}^i\omega_i = {}^{i-1}R_i^T {}^{i-1}\omega_{i-1} \quad (5)$$

$${}^i\dot{\omega}_i = {}^{i-1}R_i^T {}^{i-1}\dot{\omega}_{i-1} \quad (6)$$

$${}^i\dot{p}_i = {}^{i-1}R_i^T \left\{ {}^{i-1}\dot{p}_{i-1} + {}^{i-1}\dot{\omega}_{i-1} \times {}^{i-1}\dot{p}_i + {}^{i-1}\omega_{i-1} \times ({}^{i-1}\omega_{i-1} \times {}^{i-1}\dot{p}_i) \right\} + 2({}^{i-1}R_i^T {}^{i-1}\omega_{i-1}) \times (e_z \dot{q}_i) + e_z \ddot{q}_i \quad (7)$$

$${}^i\ddot{s}_i = {}^i\dot{p}_i + {}^i\dot{\omega}_i \times {}^i\dot{s}_i + {}^i\omega_i \times ({}^i\omega_i \times {}^i\dot{s}_i) \quad (8)$$

となる.

ここで、 ${}^{i-1}\mathbf{R}_i$ は Σ_{i-1} から Σ_i への回転行列、 $\mathbf{e}_{z_i} = [0, 0, 1]^T$ は link- i の回転軸を表す単位ベクトル、 ${}^{i-1}\hat{\mathbf{p}}_i$ は Σ_{i-1} の原点から Σ_i までの位置ベクトル、 ${}^i\hat{\mathbf{s}}_i$ は Σ_i の原点から link- i の質量中心までの位置ベクトルを表している。

2.2 逆動力学計算

次に逆動力学計算に基づいて、先端のリンクから根元のリンクに向かって link- i における Newton の方程式及び Euler の方程式を以下の式に基づいて導出する。

$${}^i\mathbf{f}_i = {}^i\mathbf{R}_{i+1} {}^{i+1}\mathbf{f}_{i+1} + m_i {}^i\ddot{\mathbf{s}}_i \quad (9)$$

$$\begin{aligned} {}^i\mathbf{n}_i &= {}^i\mathbf{R}_{i+1} {}^{i+1}\mathbf{f}_{i+1} + {}^i\mathbf{I}_i {}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i + {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times ({}^i\mathbf{I}_i {}^i\boldsymbol{\omega}_i) \\ &\quad + {}^i\hat{\mathbf{s}}_i \times (m_i {}^i\ddot{\mathbf{s}}_i) + {}^i\hat{\mathbf{p}}_{i+1} \times ({}^i\mathbf{R}_{i+1} {}^{i+1}\mathbf{f}_{i+1}), \end{aligned} \quad (10)$$

一方で、link-5, 8 の力及びトルクは link-4 に伝達されるため、式 (9), (10) に対応する計算は以下の式で行う。

$${}^4\mathbf{f}_4 = {}^4\mathbf{R}_5 {}^5\mathbf{f}_5 + {}^4\mathbf{R}_8 {}^8\mathbf{f}_8 + m_4 {}^4\ddot{\mathbf{s}}_4, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} {}^4\mathbf{n}_4 &= {}^4\mathbf{R}_5 {}^5\mathbf{n}_5 + {}^4\mathbf{R}_8 {}^8\mathbf{n}_8 + {}^4\mathbf{I}_4 {}^4\dot{\boldsymbol{\omega}}_4 + {}^4\boldsymbol{\omega}_4 \times ({}^4\mathbf{I}_4 {}^4\boldsymbol{\omega}_4) \\ &\quad + {}^4\hat{\mathbf{s}}_4 \times (m_4 {}^4\ddot{\mathbf{s}}_4) + {}^4\hat{\mathbf{p}}_5 \times ({}^4\mathbf{R}_5 {}^5\mathbf{f}_5) \\ &\quad + {}^4\hat{\mathbf{p}}_8 \times ({}^4\mathbf{R}_8 {}^8\mathbf{f}_8). \end{aligned} \quad (12)$$

同様に、link-10 には link-11, 14, 17 の力及びトルクが伝達される。

全ての関節が ${}^i z_i$ 軸回りの回転を行うように Σ_i を定めた場合、単位ベクトル $\mathbf{e}_z = [0, 0, 1]^T$ によって、各回転関節の運動方程式が式 (14) のように計算される。

$$\tau_i = (\mathbf{e}_{z_i})^T {}^i\mathbf{n}_i + d_i \dot{q}_i \quad (13)$$

ただし、リンク 1 (支持脚) は滑り状態 (直動関節) のとき

$$f_1 = \mathbf{e}_{z_1}^T {}^1\mathbf{f}_1 + \mu_k \dot{y}_0. \quad (14)$$

最後に、運動方程式は式 (15) のように表現できる。

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau}, \quad (15)$$

ここで、 $\boldsymbol{\tau} = [f_1, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{17}]$ は入力トルク、 $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ は慣性行列、 $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ と $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ それぞれ遠心力/コリオリ力の項及び重力項を表す。支持脚 (link -1) が滑っている間で地面との摩擦係数は $\mathbf{D} = \text{diag}[\mu_k, d_1, d_2, \dots, d_{17}]$ 。そして $\mathbf{q} = [y_0, q_1, q_2, \dots, q_{17}]^T$ は関節角度及び足と地面の相対位置を表している。この時 y 方向 (滑り方向) の粘性摩擦力は $\mu_k \dot{y}_0$ のように表現できる。この摩擦力は式 (15) の左側に含まれて、大きさは $f_{t0} = \mu_k f_{n0}$ で計算される。ここで、 f_{n0} は支持脚と地面の垂直抗力、式 (9) と (10) のようにヒューマノイド関節間の力伝達関係を用いて算出可能で、 μ_k は動摩擦係数である。

3. Stick-slip によるモデルの検証

本研究が用いているヒューマノイドモデルの正しさを検証するため、支持脚と地面の非線形摩擦 (静/動摩擦) を考慮した Stick-slip 運動を用いて、モデルの検証を行う。

3.1 力学エネルギーおよび損失エネルギー

エネルギーの視点で Stick-slip 運動中のヒューマノイドモデルの正しさを検証するため、Stick 状態での力学的エネルギーの保存 (全身の回転関節の粘性摩擦が存在しないことが前提)、並びに Slip 状態でのエネルギー損失を用いる。そのため、力学的エネルギー及び損失エネルギーの導出を行う。

位置エネルギーの導出には各リンクの重心の高さを導出する必要がある。同時変換行列を用いて各リンクの重心の高さを得ることができると考える。

$${}^W z_{Gi} = {}^W z_i + \frac{{}^W z_{i+1} - {}^W z_i}{2} \quad (16)$$

ここで、 ${}^W z_{Gi}$ は世界座標系から見た i リンク目の重心の高さで、 ${}^W z_i$ は世界座標系から見た i リンク目の関節の高さである。位置エネルギーの計算式は以下に示す。

$$E_p = \sum_{i=1}^{17} m_i {}^W z_i g \quad (17)$$

E_p は総位置エネルギー、 m_i はリンクの質量、 g は重力加速度である。そして、回転運動をする物体の回転運動エネルギーは以下に示す。

$$E_k = \sum_{i=1}^{17} \frac{1}{2} {}^W \boldsymbol{\omega}_i^T {}^W \mathbf{I}_i {}^W \boldsymbol{\omega}_i \quad (18)$$

ここで、 E_k は総回転運動エネルギー、 \mathbf{I}_i は慣性モーメントである。一方で、並進運動をする物体の並進運動エネルギーは以下に示す。

$$E_v = \sum_{i=1}^{17} \frac{1}{2} m_i {}^W \dot{\mathbf{r}}_{gi}^T {}^W \dot{\mathbf{r}}_{gi} \quad (19)$$

E_v は総並進運動エネルギー、 $\dot{\mathbf{r}}_{gi}$ はリンク重心の並進速度である。以上の計算より、力学的エネルギーは位置エネルギーと運動エネルギーの総和で、以下の式に示す。

$$E_Q = E_p + E_k + E_v \quad (20)$$

さらに、ヒューマノイド支持脚と地面の摩擦による損失エネルギーは以下の式で計算できる。

$$E_{\text{discharge}} = \int_0^t \mu_k \dot{y}_0^2 dt \quad (21)$$

ここで、 μ_k は支持脚と地面の動摩擦係数である。

3.2 実験条件

Stick-slip 運動は非線形摩擦の代表的な現象で、この運動の再現シミュレーションでヒューマノイドモデルを検証する。実験条件は以下の通りである。Stick と Slip 状態の切替条件は図 2 に示す。支持脚の滑り方向の推

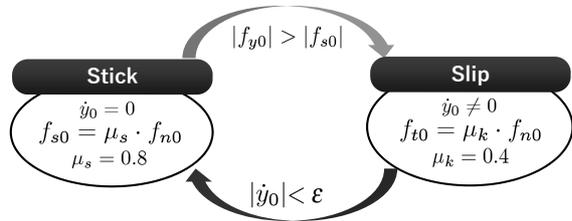


図2 Stick と Slip 状態の切替条件

進力 f_{y0} が最大静止摩擦 f_{s0} より大きい場合、支持脚が滑り始める。ここで、 f_{n0} は支持脚の垂直抗力である。一方、支持脚の滑り速度 $|\dot{y}_0|$ は微小値 ϵ (ここで $\epsilon = 0.001[m/s] = 1[mm/s]$ とする) より小さい場合は支持脚が Stick 状態になる。また、支持脚が Stick 状態になっている間で静止摩擦係数を $\mu_s = 0.8$ として、Slip 状態の動摩擦係数を $\mu_k = 0.4$ に設定する。そして、ヒューノイドの各回転関節の粘性摩擦 ($D = 0$)、入力トルク ($\tau = 0$) 両方ともないとする。

3.3 実験結果

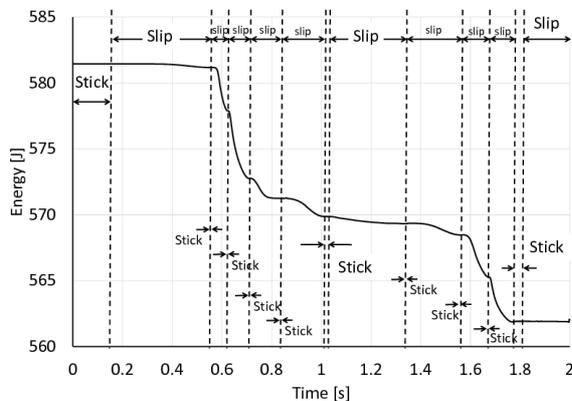


図3 力学的エネルギーの保存と損失

図3はヒューノイド自由落下運動中の力学的エネルギー総和を表している。そして図4は支持脚と地面の摩擦による損失エネルギーを表示している。図3と4より、支持脚が Stick 状態の時、力学的エネルギーが保存されて、そして、足が滑ると、エネルギーが損失されることが確認できる。

さらに、図5と6は足の滑り速度及びy軸の位置を表している。図5では、支持脚が Stick 状態の時、滑りの速度は0になる。そして、図6より支持脚がこの Stick 状態になると、y軸の位置も変わらない。また、エネルギーの損失は滑りの速度と関連している。支持脚が速く滑ると、エネルギーの損失速度も速い。足の滑り速度が遅くなって、さらに滑り速度が0になるときに、エネルギー損失の速度も遅くなって、やがて0になる。

図7はシミュレーション実験中ヒューノイドの姿勢を表している。図7の(a), (b), (c)はそれぞれ図5と6の(A), (B), (C)に対応している。

さらに抗力、推進力、摩擦力の関係は図8-10のように示す。図8-10より、運動状態が変化しても、抗力と推進力は連続的に変化することが確認できる。最初の Stick 状態では、自由落下の運動に伴って、抗力が小さ

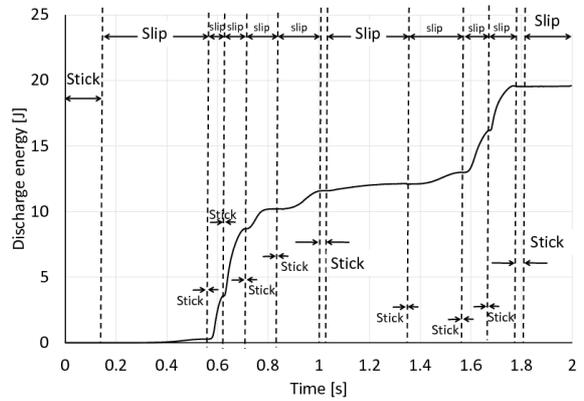


図4 固定脚と地面の摩擦による損失エネルギー

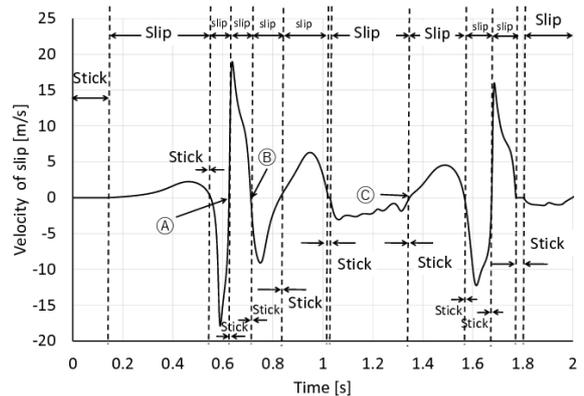


図5 支持脚の滑り速度

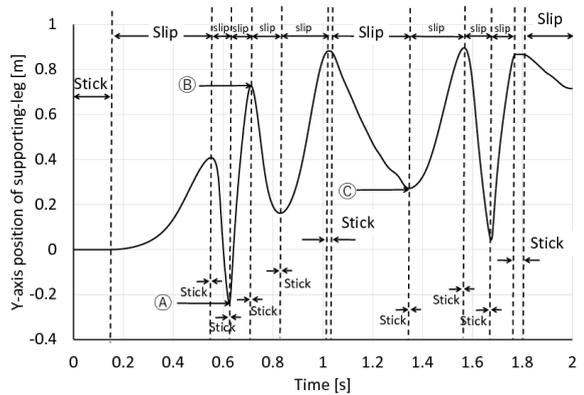


図6 支持脚のy軸位置

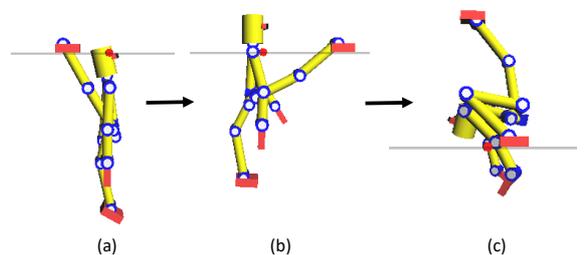


図7 Stick-slip 自由落下実験の様子、この図の(a), (b), (c)はそれぞれ図5と6の(A), (B), (C)に対応している

くなって、推進力が大きくなる。そして、この状態では摩擦力が抗力と関係なく、推進力と等しい。ただし、

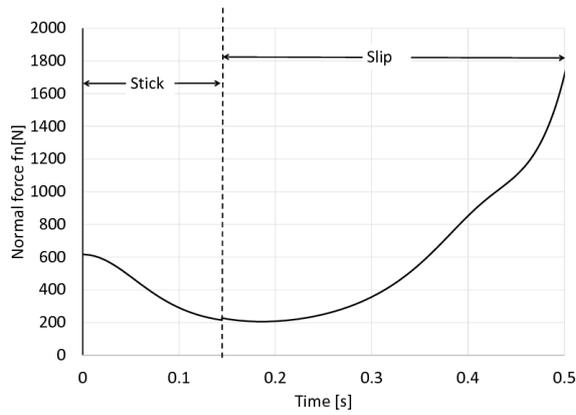


図8 Stick-slip 運動中の垂直抗力 f_n の変化

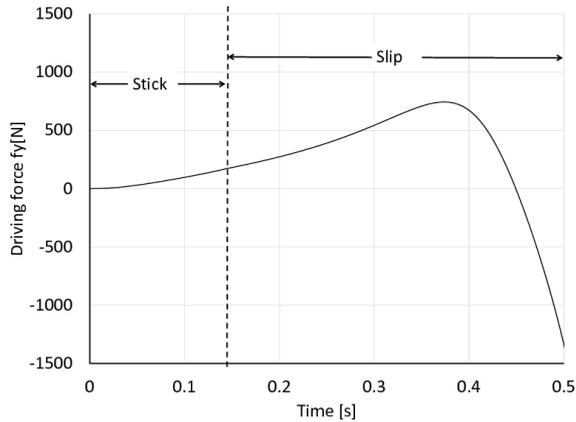


図9 Stick-slip 運動中の滑り方向推進力 f_y の変化

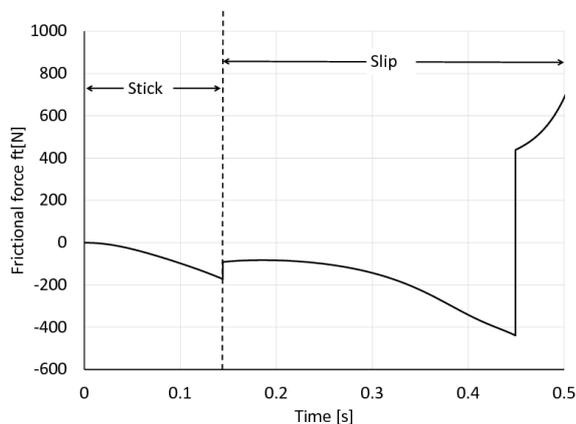


図10 Stick-slip 運動中の摩擦力 f_t の変化

方向は常に推進力と逆である。なお、状態切替の瞬間では摩擦係数が小さくなるので、摩擦力も急に小さくなって不連続的な変化を確認できる。そして、Slipの状態に入ると、摩擦力の大きさは抗力の大きさと比例していることが確認できる。以上の実験結果によって、固定脚の面接地滑りモデルはStick-slip運動を再現できて、モデルの正確性を検証できる。

4. 結言

本論文では、足と地面の非線形摩擦を考慮したヒューマノイド動力学モデルを提案して、Newton-Euler法を用いて運動方程式の導出を行った。さらに、床とヒュー

マノイドの足の非線形摩擦の影響を代表したスティックスリップ運動のシミュレーション実験を用いて、滑りを含めたヒューマノイドのモデルを検証した。

参考文献

- [1] M. Vukobratovic, A. Frank and D. Juricic, "On the Stability of Biped Locomotion, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol.17, No.1, 1970.
- [2] M. Vukobratovic and J. Stepanenko, "On the Stability of Anthropomorphic Systems, *Mathematical Biosciences*, Vol.15, pp.1/37, 1972.
- [3] Y. Harada, J. Takahashi, D. Nenchev and D. Sato, "Limit Cycle Based Walk of a Powered 7DOF 3D Biped with Flat Feet, *Proc. of International Conference on IROS*, pp.3623/3628, 2010.
- [4] T. Feng, J. Nishiguchi, X. Li, M. Minami, A. Yanou and T. Matsuno, "Dynamical Analyses of Humanoid's Walking by using Extended Newton-Euler Method," *20th International Symposium on Artificial Life and Robotics (AROB 20st)*, 2015.
- [5] Yosuke Kobayashi, Mamoru Minami, Akira Yanou, Tomohide Maeba, "Dynamic Reconfiguration Manipulability Analyses of Humanoid Bipedal Walking" *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, p4764-4769, 2013.
- [6] Ueda Yoshisuke, Henmi Masanori, "An experimental and analytical study on Stick-Slip motions," *Technical Report of IEICE*, CAS Vol.96, 41-48, 1996.
- [7] Luis R. Tokashiki, Toshinori Fujita, Toshiharu Kagawa, "Stick-Slip Motion in Pneumatic Cylinders Driven by Meter-out Circuit 1st Report, Friction Characteristics and Stick-Slip Motion," *Transactions of The Japan Hydraulics & Pneumatics Society*, Vol. 30, No. 4, p110-117, 1999.
- [8] Ken Nakano, "A Guideline of Machinery Design for Preventing Stick-Slip" *Nippon Gomu Kyokaishi*, Vol. 80, No. 4, p134-139, 2007.